ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 NOVEMBRE 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Nous venons d'être à nouveau cruellement frappés : notre Confrère **Georges Urbain**, qui appartenait à la Section de Chimie depuis le 9 mai 1921, est mort le 5 novembre.

Né à Paris, le 12 avril 1872, fils d'un professeur de chimie à l'École Lavoisier, Urbain était ancien élève de l'École de Physique et de Chimie de la Ville de Paris, d'où il était sorti en 1894 le premier de sa promotion. Préparateur à cette école, puis préparateur particulier de Friedel, auquel il a toujours gardé un souvenir reconnaissant, il vint peu après travailler auprès de Jean Perrin : c'est là qu'il fit sa thèse de Doctorat sur la séparation des terres rares. Il passa cinq ans dans l'industrie, de 1899 à 1904, comme chef du Laboratoire de recherches de la Compagnie générale d'Électricité : je me rappelle l'y avoir vu, un jour où il était occupé à construire des lampes à arc jaillissant entre des bâtonnets d'oxydes. Il enseigna ensuite, d'abord à l'École de Physique et de Chimie, puis à la Faculté des Sciences, où il fut nommé professeur en 1908.

Pendant très longtemps son activité scientifique a été appliquée à l'étude des terres rares. Ces terres rares, comme on sait, n'ont guère pu être étudiées avec fruit que depuis que certains sables qui en contiennent, les sables monazités, ont été utilisés industriellement; on en extrait l'oxyde de thorium, qui forme 99 pour 100 de la substance formant les manchons

des becs Auer. Un travail intéressant d'Urbain est même la préparation de sels de thorium purs, pour laquelle il a utilisé les propriétés qu'il avait trouvées de l'acétylacétonate de thorium. Ce sel, qui cristallise en magnifiques cristaux, est très soluble dans l'eau et plus encore dans le chloroforme; il a la propriété remarquable d'être sublimable dans le vide. Les terres rares proprement dites accompagnent le thorium dans les produits naturels, en proportion variable d'un élément à l'autre; mais cette proportion ne change guère, chose remarquable, avec l'origine des produits, si bien que certains d'entre ces éléments exigent pour qu'on les obtienne un travail de séparation extrêmement long et pénible. Urbain n'a pas reculé devant cette tâche : il s'est consacré aux éléments dont se composent les terres yttriques, éléments dont l'étude était délaissée parce qu'il s'agissait d'aller plus loin que les Marignac et les Lecoq de Boisbaudran, qui leur avaient consacré déjà beaucoup d'efforts et d'ingéniosité.

Pendant de longues années, Urbain, seul ou avec Lacombe, a fait un nombre immense de cristallisations, deux cent mille au moins, disait-il, mais il a eu le grand mérite de choisir judicieusement les procédés de séparation — dont plusieurs étaient nouveaux — et de comprendre la nécessité de caractériser les produits séparés à l'aide de *plusieurs* méthodes employées *simultanément*. Il est arrivé ainsi, grâce à la pureté des produits obtenus, à obtenir des oxydes rares avec une rigueur inconnue auparavant. Il a montré que beaucoup de corps simples dont l'existence avait été annoncée n'étaient que des mélanges d'*europium*, de *gadolinium*, de *terbium*, de *dysprosium*. Ses conclusions, et les masses atomiques qu'il avait déterminées de ces éléments rares, ont été adoptées par le Comité international des Poids atomiques.

Georges Urbain a montré que l'ytterbium, considéré alors comme le dernier métal rare, contenait un élément inconnu, le *lutécium*. La découverte de ce lutécium, dont le nombre atomique est 71, lui est due complètement. Il a indiqué aussi un autre élément, occupant la place immédiatement voisine dans le tableau de Mendéléieff, celui auquel il a donné le nom de *celtium*. Cet élément, de nombre atomique 72, a été depuis bien caractérisé par les travaux de Hevesy.

Pour une bonne part, ce sont des procédés physiques qu'Urbain a employés méthodiquement dans cette étude des terres rares. Comme ses devanciers il a d'abord utilisé les spectres : spectres d'absorption ou d'émission divers, spectres de phosphorescence cathodique etc. Il avait, sur ce sujet, publié un livre, *Introduction à l'étude de la spectrochimie*, où il résumait les fruits de l'étude attentive qu'il en avait faite. Dans le

domaine de la phosphorescence cathodique Urbain découvrit cette loi importante de *l'optimum*, d'après laquelle la phosphorescence est la plus vive lorsqu'on ajoute au diluant, qui est la partie la plus abondante du produit, une proportion déterminée d'une impureté, qui est le véritable corps phosphorogène. Urbain a, d'autre part, fait toujours dans ses recherches un usage méthodique des mesures magnétochimiques. Les terres rares forment, comme on sait, à cet égard un groupe particulièrement remarquable : des éléments dont les masses atomiques ne diffèrent que de quelques unités montrent les différences énormes dans leurs coefficients paramagnétiques : les sels de dysprosium notamment sont même environ 15 fois plus magnétiques que les sels correspondants de fer. Aussi Urbain a-t-il fait un large usage de la balance de Curie, dont l'emploi était beaucoup plus rapide d'ailleurs que la détermination des masses atomiques.

Parmi les travaux de Georges Urbain, ne se rapportant pas à l'étude des terres rares, je voudrais seulement rappeler ses travaux sur les complexes minéraux. Dans le livre qu'il a écrit sur ce sujet, en collaboration avec un de ses élèves, le regretté Sénéchal, il montrait comment la chimie des complexes forme, si l'on peut dire, le pont entre la chimie minérale et la chimie organique, qui semblaient différer si profondément par leurs méthodes et leur esprit.

Pendant la guerre Georges Urbain a rendu de grands services à la défense nationale : il avait dès 1914 été appelé à la Direction du Laboratoire de Chimie de la Section Technique de l'Artillerie et avait obtenu des résultats importants, en ce qui concerne notamment les gaz asphyxiants et la production des fumées destinées à contrarier les bombardements aériens. Il avait dès 1916 été nommé membre de l'Inspection des Études et Expériences chimiques de guerre et n'avait pas cessé depuis d'être consulté sur les questions de défense nationale. D'ailleurs son autorité était grande, en dehors même de l'Institut de Chimie de la Faculté des Sciences dont il était le Directeur, de l'École Centrale où il a longtemps enseigné, de l'École des Hautes Études où il présidait la Section des Sciences expérimentales.

Pendant ces dernières années, sa santé laissait à désirer; il avait dû, à plusieurs reprises, interrompre son enseignement, mais toujours, aussitôt à peu près remis, il reprenait son activité coutumière. Cette année, sans doute parce qu'il venait d'être gravement malade, il avait accepté qu'on fêtât son jubilé scientifique. A cette fête du 10 juin, il n'y eut pas seulement des discours où la vie et l'œuvre de notre Confrère ont été célébrés

comme il convenait : une partie était consacrée à l'exécution de quelques-unes de ses œuvres musicales. Georges Urbain était aussi en effet un artiste fin et délicat, il était musicien et sculpteur en même temps que savant : on lui doit par exemple un buste de Friedel et une belle médaille de son maître Schutzenberger.

Nous déplorons cette mort, qui laisse ici un grand vide : j'exprime à la famille de notre Confrère nos sentiments de profonde sympathie.

La séance sera levée en signe de deuil après le vote inscrit à l'ordre du jour.

HYDRODYNAMIQUE. — *Instabilité inévitable d'un liquide pesant qui tourne, sans mouvement relatif, avec un noyau solide qu'il entoure. Conséquences océanographiques et géodésiques.* Note de M. **Marcel Brillouin**.

1. Pour établir la théorie des marées, on a toujours admis, depuis Newton et Laplace, qu'un liquide pesant homogène entourant un noyau solide qui tourne d'un mouvement uniforme peut prendre une forme d'équilibre permanente stable par rapport aux axes liés au noyau. Le tout, liquide et noyau, pouvant tourner d'un mouvement uniforme comme ferait un corps solide.

L'étude des marées est alors la recherche des oscillations propres ou contraintes de l'enveloppe liquide autour de cette forme permanente.

2. Lorsqu'il n'y a pas de noyau et qu'on étudie le mouvement d'une masse liquide homogène, pesante par rapport à des axes animés d'un mouvement de rotation uniforme, on sait, par les travaux de Maclaurin, Jacobi etc., que la masse liquide peut tourner d'un bloc, avec une forme invariable, stable entre certaines limites de vitesse.

On a généralement admis sans discussion qu'il en est de même lorsque le liquide entoure un noyau tournant avec la même vitesse angulaire; on a supposé qu'on peut entreprendre sans illogisme l'étude des marées en prenant cette forme permanente comme forme de référence.

3. Des difficultés insurmontables rencontrées au cours des études que je poursuis, depuis dix ans, sur les marées avec continents, m'ont amené à douter de l'exactitude de cette supposition et à penser qu'on doit au contraire énoncer la proposition suivante :

Lorsqu'un liquide pesant entoure un noyau solide tournant d'une vitesse uniforme, aucune configuration permanente du liquide, immobile par rapport aux axes liés au solide tournant, n'est stable.

J'en vais dire les raisons.

4. Je suppose que le globe et les axes tournent avec la vitesse angulaire constante ω, et j'étudie les petits mouvements du liquide par rapport à ces axes tournants.

Prenant comme état de référence l'état d'immobilité relative du liquide, les équations des petits mouvements périodiques, de période $2\pi : \theta$, sont (¹) en coordonnées rectilignes liées au globe tournant

$$\Delta\mathcal{P} - \frac{4\omega^2}{\theta^2}\frac{\partial^2\mathcal{P}}{\partial z^2} = 0, \qquad \mathcal{P} = \mathcal{P}_g - \frac{p}{\rho} + \frac{\omega^2 r^2 \nu^2}{2}, \tag{1}$$

$$\begin{cases} i\theta u_x + 2\omega u_y = \dfrac{\partial\mathcal{P}}{\partial x}, \\ i\theta u_y - 2\omega u_x = \dfrac{\partial\mathcal{P}}{\partial y}, \\ i\theta u_z \qquad\qquad = \dfrac{\partial\mathcal{P}}{\partial z}; \end{cases} \tag{2}$$

et l'équation en $\mathcal{P}$ est hyperbolique pour les périodes plus longues que la demi-période de rotation ($\theta < 2\omega$). (ν est le cosinus de la latitude.)

On ramène d'ailleurs facilement cette équation à la forme laplacienne en prenant pour troisième coordonnée $\zeta = i\left(z/\sqrt{4\omega^2 - \theta^2}\right)$ au lieu de z; ce qui, en coordonnées sphériques, fournit les solutions simples (²),

$$\begin{cases} e^{ik\alpha} r^n \left(1 - \dfrac{\mu^2}{\mu_1^2}\right)^{\frac{n}{2}} \mathrm{T}_n^k\left(\dfrac{i\theta}{2\omega}\dfrac{\mu}{\sqrt{\mu_1^2 - \mu^2}}\right), \\ e^{ik\alpha} \dfrac{1}{r^{n+1}} \left(1 - \dfrac{\mu^2}{\mu_1^2}\right)^{-\frac{n+1}{2}} \mathrm{T}_n^k\left(\dfrac{i\theta}{2\omega}\dfrac{\mu}{\sqrt{\mu_1^2 - \mu^2}}\right), \end{cases} \tag{3}$$

en posant $\mu_1^2 = 1 - (\theta^2/4\omega^2)$. ($\mu$ est le sinus de la latitude.)

Lorsque le liquide s'étend jusqu'à l'origine, *sans noyau solide*, les solutions en $r^{-(n+1)}$ sont naturellement exclues, et aucune difficulté particulière ne se présente aux latitudes critiques ($\mu = \mu_1$) qui sont réelles pour les oscillations lentes ($\theta < 2\omega$), les dénominateurs apparents dans les T_n^k sont de degré moindre que le facteur $[1 - (\mu^2/\mu_1^2)]^{n/2}$ des intégrales utiles.

Mais, *s'il y a un noyau*, les deux types de solutions simples sont indis-

---

(¹) M. Brillouin, *Quelques propriétés d'une équation aux dérivées partielles hyperbolique*, Note I (*Bulletin de l'Institut Poincaré*, 1, 1930, p. 265-283).

(²) *Loc. cit.*, paragraphe 4, T_n^k désigne la fonction tessérale de Ferrer's.

pensables pour annuler la vitesse du liquide normale au fond. Or les solutions du second type deviennent infinies comme $[1 - (\mu^2/\mu_1^2)]$ aux latitudes critiques $\mu = \mu_1$, et sont inacceptables si l'océan couvre tout le globe, ou, simplement, atteint ces latitudes.

5. Si donc on n'a pas d'autres intégrales valables autour d'un noyau, toute oscillation lente ($\theta < 2\omega$) est *instable* pour un tel océan.

L'état de repos relatif de l'océan entraîné avec le noyau solide est un état instable, qui ne peut pas être pris comme état de référence pour les oscillations propres ou contraintes.

La surface libre permanente, étant instable, ne peut pas être choisie comme surface de référence des opérations géodésiques.

6. Reculant devant de telles conclusions, j'ai cherché d'abord à former d'autres solutions particulières échappant à cette difficulté ([3]). Mais je n'ai obtenu aucun succès dans cette voie, et j'ai fini par me convaincre que la difficulté est insurmontable.

Essayant le cas particulier du noyau sphérique (R), je trouve assez facilement que la condition au fond ($u_R = 0$) impose à la solution la forme

$$(4) \qquad \mathfrak{P} = \Pi\left[r\nu\left(\frac{\mu}{\nu}\right)^{\nu_1^2}, \left(\frac{\mu}{\nu}\right)^{\nu_1} e^{\alpha i}\right] + (r - R)^2 \mathfrak{M}(r, \mu, \alpha)$$

sans terme en $(r - R)^1$. Π est une fonction arbitraire de deux variables, $\mathfrak{M}$ une fonction arbitraire de trois variables, l'une et l'autre finies dans tout le domaine occupé par le liquide. On a posé

$$(5) \qquad \nu = \sqrt{1 - \mu^2}, \qquad \mu_1^2 = 1 - \frac{\theta^2}{4\omega^2}, \qquad \nu_1^2 = \frac{\theta^2}{4\omega^2}.$$

Il faut que $\mathfrak{P}$ satisfasse à l'équation générale des petits mouvements du liquide ([4]).

Prenons Π et $\mathfrak{M}$ sous forme de séries de puissances de r $(-\infty \leqq n \leqq +\infty)$, et posons

$$(6) \qquad Q_{nk} = A_{nk}\nu^n \left(\frac{\mu}{\nu}\right)^{n\nu_1^2 + k\nu_1} + R^2 \mathfrak{M}_n^k(\mu) - 2R\mathfrak{M}_{n-1}^k(\mu) + \mathfrak{M}_{n-2}^k(\mu)$$

avec

$$(7) \qquad \mathfrak{P} = \sum_n \sum_k r^n e^{ik\alpha} Q_{nk}(\mu).$$

([3]) Par exemple, *loc. cit.*, § 5 et § 6.

([4]) En coordonnées sphériques, *loc. cit.*, Note III.

L'équation aux dérivées partielles en tout point du liquide donne (⁵)

$$(8) \qquad Q_{nk} = C_{nk}\left(1 - \frac{\mu^2}{\mu_1^2}\right)^{\frac{n}{2}} T_n^k\left(i\nu_1 \frac{\mu}{\sqrt{\mu_1^2 - \mu^2}}\right)$$

avec

$$T_{-n} = T_{n-1}.$$

Les constantes A et C doivent rester disponibles pour la condition à la surface libre.

Mais ce sont les fonctions $\mathfrak{M}$ qui figurent dans $\mathfrak{T}$, et les équations (6) et (8) ne les déterminent que par récurrence. Toute solution simple est une série illimitée aussi bien du côté négatif que du côté positif; et, dans tous les termes où n est négatif, le facteur $[1 - (\mu^2/\mu_1^2)]$ figure en dénominateur et rend $\mathfrak{T}$ infini sur les cônes critiques.

7. Il me paraît donc impossible d'échapper aux conclusions du paragraphe 6:

Si la théorie de Laplace semble éviter cette difficulté [6], c'est que Laplace a introduit dès le début, sans en contrôler mathématiquement la possibilité, l'hypothèse que les vitesses radiales (u_r) sont et *restent* dans tout l'Océan très petites partout; hypothèse incompatible avec la théorie générale.

Le problème des marées comprend alors trois étapes :

I. *Recherche des états de circulation permanente autour du noyau, avec vitesses finies (comparables à ωr). Discussion de la stabilité de ces états.*

II. *Choix d'un de ces états de circulation permanente stable, comme état de référence; étude des marées propres et contraintes autour de cet état.*

III. *Étude de la surface libre de cet état de référence — prolongée à travers les continents — comme surface origine pour les mesures géodésiques.*

8. En outre, il serait nécessaire de reprendre toutes les études cosmogoniques de Clairaut, Laplace, Callandreau, Poincaré, Jeans, Véronnet etc., dans l'hypothèse où le liquide, homogène ou non, entoure un noyau solide tournant, au lieu de s'étendre jusqu'au centre sans obstacle.

(⁵) *Loc. cit.*, p. 270, équ. (3) et équ. (4).

(⁶) M. Brillouin, *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 801.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la mesure optique des courants continus très intenses.* Note de M. **Aimé Cotton.**

Ce *Compte rendu* renferme une Note de M. Tsaï, où il montre qu'on peut contrôler facilement, à l'aide d'une bobine spéciale et d'un fluxmètre, l'intensité des courants continus très intenses, tels que ceux qu'on emploie couramment aujourd'hui dans les grandes usines d'électrochimie. Pour mesurer de tels courants on se sert souvent d'appareils fort coûteux, par exemple de shunts très volumineux (dont l'emploi nécessite d'ailleurs des précautions pour que les résultats soient corrects), ou bien des instruments fondés sur des méthodes indirectes et imposant par exemple l'usage d'un courant alternatif auxiliaire.

Il semble cependant *a priori* que la mesure de ces courants très intenses devrait être plus facile que celle des courants plus faibles, puisque tous les phénomènes accompagnant le passage du courant sont alors considérablement amplifiés.

Je voudrais montrer en particulier que le champ magnétique qui existe autour des grosses barres d'aluminium ou de cuivre où circulent ces forts courants, ce champ qu'utilise M. Tsaï, est aussi assez intense pour qu'on puisse, toujours sans rien changer à l'installation et sans interrompre les courants, les mesurer en mettant à profit le phénomène de la rotation magnétique découvert par Faraday.

L'expérience suivante, que j'ai préparée l'année dernière pour la Salle Ampère-Faraday du Palais de la Découverte (cf. *La Nature*, n° 3008, 1937, p. 241), y est encore visible actuellement. Un conducteur vertical formé par une barre cylindrique de cuivre rouge de $2^{cm},5$ de diamètre, percé suivant l'axe d'un trou de 1^{cm} de diamètre où circule un courant d'eau, est parcouru par un courant de 30000 ampères par exemple. Près du tube on a placé un bloc de flint à faces parallèles sur les faces duquel se trouvent appliqués un polariseur et un analyseur constitués simplement, en fait, par deux *polaroïdes*. Un biquartz perpendiculaire à teinte sensible est en outre convenablement disposé sur le trajet des rayons. Dès qu'on lance le courant on voit, de part et d'autre de la ligne de séparation horizontale séparant les deux plages, celles-ci se teindre vivement de couleurs différentes : on peut le voir par projection sur un verre dépoli en prenant comme source une lampe à incandescence. Ces teintes s'intervertissent lorsque la source et l'observateur échangent leurs positions, ou bien quand on lance le courant en sens contraire.

Le calcul de la rotation produite justifie ce résultat : il est très simple, puisque le champ magnétique produit, dont les lignes de force sont circulaires, est le même que si le courant était concentré sur l'axe du conducteur (que nous supposons ici indéfini pour simplifier). Soit AB le trajet effectué par un rayon lumineux polarisé, dirigé perpendiculairement au courant, dans le milieu transparent aimanté; appelons θ l'angle (en radians) sous lequel on voit le segment AB du point O où l'axe du conducteur traverse le plan horizontal passant par AB. En appelant R la constante de Verdet, la rotation ρ est donnée par

$$\rho = k\theta i, \tag{1}$$

où i est l'intensité du courant en unités électromagnétiques CGS ([1]).

Il résulte de la formule (1) que, si l'on considère dans le plan horizontal normal au conducteur un polygone quelconque qui l'entoure, par exemple un carré ABCD, la somme des rotations mesurées successivement sur les côtés AB, BC, CD, DA est donnée, quelle que soit la position de O à l'intérieur, par la formule

$$\rho = \mathrm{R} \times 4\pi i. \tag{2}$$

Si l'on passe alors au cas réel où le courant, au lieu de passer dans un conducteur construit spécialement, circule dans un ensemble de longues barres rectilignes de large section, on voit que la formule (2) est encore valable et que rien n'est changé : en mesurant les rotations successivement sur les divers côtés du contour et les ajoutant on aura fait une mesure optique du courant. La seule constante à connaître, la constante de Verdet, est, dès à présent, dans le cas de certains liquides transparents, connue avec une très grande précision.

On peut se dispenser de faire des mesures sur tous les côtés si le paquet formé par les barres a des éléments de symétrie. Par exemple si la section de ce conducteur a deux axes de symétrie, l'un horizontal, l'autre vertical, on n'aura qu'à faire la mesure suivant deux côtés adjacents du carré considéré précédemment que l'on placera lui-même symétriquement par rapport à ces axes.

([1]) Cette formule explique que, dans l'expérience décrite, où le bloc transparent situé près du conducteur a ses faces extrêmes parallèles, les teintes observées ne sont pas tout à fait les mêmes quand on suit la ligne de séparation horizontale des deux moitiés du champ. En toute rigueur il faudrait prendre un bloc dont les faces extrêmes feraient un dièdre d'arête O pour que les rotations magnétiques soient rigoureusement les mêmes pour tous les rayons d'un faisceau horizontal traversant le bloc, quelles que soient leur orientation et leur distance à l'axe.

Un long tube plein d'un liquide bien transparent, à constante de Verdet élevée, portera à ses bouts, fixés sur lui, le polariseur et un analyseur disposé pour des mesures précises de rotation. On placera d'abord le tube horizontalement dans la position AB, puis verticalement dans la position BC et l'on mesurera, dans chaque cas, la rotation magnétique. Dans chacune de ces mesures on pourra opérer en retournant le tube bout pour bout, ce qui double les angles à mesurer.

Bien entendu, l'appareil de M. Tsaï est d'un emploi beaucoup plus rapide. Le procédé optique que j'indique ici, destiné surtout à des physiciens exercés aux mesures polarimétriques, pourrait cependant être utilisé pour contrôler d'une autre manière les appareils servant à mesurer ces courants très intenses, notamment les appareils à lecture directe. Ces courants sont actuellement, trop souvent, mesurés moins exactement que des courants de quelques ampères.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Sur l'application des équations de Maxwell des transformateurs à des circuits imparfaitement couplés par noyaux de fer; réglage à la résonance de basse fréquence.* Note [1] de M. **André Blondel.**

Les considérations développées dans une précédente Note [2] peuvent être étendues plus généralement à des circuits couplés à noyaux de fer, à dérivations de flux (transformateurs à circuit secondaire mobile et transformateurs à résonance de basse fréquence). On a traité jusqu'ici ces problèmes par la méthode de Maxwell; en définissant les enroulements primaire et secondaire par leurs impédances théoriques

$$\overline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = R_1 + jX_1, \qquad \overline{Z}_2 = R_1 + j\omega L_2 = R_2 + jX_2,$$

et en représentant les groupements d'inductance L et de capacité K ajoutés respectivement aux enroulements primaire et secondaire par les impédances

$$(1) \qquad \overline{Z}_0 = R_0 + jX_0 = R_0 + j\left(\omega L_0 - \frac{1}{\omega K_0}\right),$$

$$(2) \qquad \overline{Z}_3 = R_3 + jX_3 = R_3 + j\left(\omega L_3 - \frac{1}{\omega K_3}\right),$$

on tire des équations de Maxwell les intensités de courant primaire et secon-

---

(1) Séance du 17 octobre 1938.

(2) Cf. *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 1605. Dans la figure, il y a lieu de lire σ' au lieu de π'; et pour l'angle O′MK lire $\pi - a + b$ au lieu de $2\pi - a - b$ (p. 1608, ligne 8).

daire $\bar{I}_1$ et $\bar{I}_2$

$$(3)\qquad \bar{I}_1=\frac{\bar{U}_1-\dfrac{j\omega M}{\bar{Z}_2+\bar{Z}_3}\bar{U}_2}{R_0+R_1+\gamma_1^2(R_2+R_3)+j[X_0+X_1-\gamma_1^2(X_2+X_3)},$$

$$(4)\qquad \bar{I}_2=\frac{\dfrac{j\omega M}{\bar{Z}_0+\bar{Z}_1}\bar{U}_1-\bar{U}_2}{R_2+R_3+\gamma_2^2(R_0+R_1)+j[X_2+X_3-\gamma_2^2(X_0+X_1)},$$

en désignant par $\gamma_1\gamma_2$ des grandeurs auxiliaires ([3]), qui constituent des valeurs d'équivalence entre les circuits primaire et secondaire,

$$(5)\qquad \gamma_1^2=\frac{\omega^2M^2}{(R_0+R_1)^2+(X_0+\omega L_1)^2};\qquad (6)\qquad \gamma_2^2=\frac{\omega^2M^2}{(R_2+R_3)^2+(\omega L_2+X_3)^2}.$$

Mais γ_1 et γ_2 sont beaucoup trop compliqués et ne sont pas constants.

On se propose, dans ce qui suit, d'obtenir des constantes pour facteurs de liaison, et, en même temps, de mettre en évidence les deux espèces de fuites magnétiques par des coefficients d'Hopkinson v_1 et v_2, et des inductances additionnelles extérieures $l_1 l_2$. Nous ramènerons, par exemple, les équations de Maxwell à un quadriborne

$$\left.\begin{aligned}(7)\quad \bar{U}_1&=\bar{A}\,U_2+\bar{B}\,\bar{I}_2\\(8)\quad \bar{I}_1&=\bar{C}\,\bar{U}_2+\bar{D}\,\bar{I}_2\end{aligned}\right\}\ \text{ayant pour } \textit{matrice}\ \begin{vmatrix}\bar{A} & \bar{B}\\ \bar{C} & \bar{D}\end{vmatrix},\quad \text{et pour déterminant}\ \bar{A}\bar{D}-\bar{B}\bar{C}=1,$$

d'où l'on déduit pour $\bar{I}_1$ et $\bar{I}_2$ les expressions en fonction des tensions

$$(9)\qquad \bar{I}_2=\frac{\bar{U}_1-\bar{A}\,\bar{U}_2}{\bar{B}};\qquad (10)\qquad \bar{I}_1=-\frac{\bar{U}_2+\bar{D}\,\bar{U}_1}{\bar{B}};$$

et, inversement,

$$(11)\qquad \bar{U}_1=\frac{\bar{A}}{\bar{C}}\bar{I}_1-\frac{1}{\bar{C}}\bar{I}_2;\qquad (12)\qquad \bar{U}_2=\frac{1}{\bar{C}}\bar{I}_1-\frac{\bar{D}}{\bar{C}}\bar{I}_2.$$

En encadrant (7) et (8) entre deux impédances $\bar{Z}'$ et $\bar{Z}''$ équivalentes à deux quadribornes, de matrices $\begin{vmatrix}1 & Z'\\ 0 & 1\end{vmatrix}$ et $\begin{vmatrix}1 & Z''\\ 0 & 1\end{vmatrix}$, on trouve ainsi pour la matrice résultante de l'ensemble

$$(13)\qquad \begin{vmatrix}\bar{A}+\bar{C}Z' & \bar{B}+\bar{A}\bar{Z}''+(\bar{D}+\bar{C}\bar{Z}'')\bar{Z}'\\ \bar{C} & \bar{D}+\bar{C}\bar{Z}''\end{vmatrix}.$$

Un transformateur à fuites d'Hopinkson sans résistance, en appelant n_1,

---

([3]) A. Blondel, *Journal de Physique*, 5e série, 1908, p. 1550; voir aussi antérieurement, Bedell et Crehore, *The International Electrical Congress of Chicago*, 1893, p. 100, et Bedell, *The Electric Transformer*, 1896, p. 109-118.

n_2 les nombres de spires, m leur rapport, et M le coefficient d'induction mutuelle entre les enroulements, a pour inductances apparentes

$$L'_1 = m\nu_1 M; \qquad L'_2 = \frac{\nu_2}{m} M; \qquad \text{d'où} \qquad \frac{L'_1}{L'_2} = m^2 \frac{\nu_1}{\nu_2}.$$

Et les équations de Maxwell sont, en supposant I_2 de signe contraire à I_1

$$\bar{U}_1 = j\omega L_1 \bar{I}_1 - j\omega M \bar{I}_2, \tag{14}$$

$$\bar{U}_2 = j\omega M \bar{I}_1 - j\omega L'_2 \bar{I}_2. \tag{15}$$

En tirant $\bar{I}_1$ de la seconde équation, et en remarquant que

$$\frac{\nu_2}{m} L'_1 - M = (\nu_1 \nu_2 - 1) M,$$

on en tire le quadriborne du transformateur considéré

$$\left.\begin{aligned} &(16) \quad \bar{U}_1 = m\nu_1 \bar{U}_2 + j\omega(\nu_1\nu_2 - 1) M \bar{I}_2 \\ &(17) \quad \bar{I}_1 = \frac{\bar{U}_2}{j\omega M} + \frac{\nu_2}{m} \bar{I}_2 \end{aligned}\right\} \quad \text{et la matrice} \quad \begin{vmatrix} m\nu_1 & j\omega(\nu_1\nu_2 - 1)M \\ \dfrac{1}{j\omega M} & \dfrac{\nu_2}{m} \end{vmatrix}.$$

En bloquant la résistance de chaque bobine avec la réactance de fuites de Kapp correspondante, encadrons ce transformateur théorique entre deux impédances $\bar{z}_1 = R_1 + j\omega l$ et $\bar{z}_2 = R_2 + j\omega l_2$; on en déduit

$$\bar{Z}_1 = j\omega m\nu_1 M + \bar{z}_1 \quad \text{et} \quad \bar{Z}_2 = j\omega \frac{\nu_2}{m} M + \bar{z}_2.$$

On définit aussi le coefficient de dispersion $\sigma' = 1 - 1/\nu_1\nu_2$; la matrice résultante du transformateur à deux types de fuites est alors, d'après (13)

$$(18) \quad \begin{vmatrix} \dfrac{\bar{Z}_1}{j\omega M} & j\omega\sigma'\nu_1\nu M + \dfrac{\nu_2}{m}\bar{z}_1 + m\nu_1\bar{z}_2 \\ \dfrac{1}{j\omega M} & \dfrac{\bar{Z}_2}{j\omega M} \end{vmatrix} \quad \text{ou bien} \quad (19) \quad \begin{vmatrix} \dfrac{\bar{Z}_1}{j\omega M} & \left\{\begin{matrix} m\nu_1 \bar{Z}_{a_2} \\ \text{ou} \\ \dfrac{\nu_2}{m}\bar{Z}_{a_1} \end{matrix}\right. \\ \dfrac{1}{j\omega M} & \dfrac{\bar{Z}_2}{j\omega M} \end{vmatrix},$$

avec

$$(20) \quad \bar{Z}_{a_1} = j\omega\sigma' L'_1 + \bar{z}_1 + \frac{\nu_1}{\nu_2} m^2 \bar{z}_2, \quad \text{et} \quad (21) \quad \bar{Z}_{a_2} = j\omega\sigma' L'_2 + \bar{z}_2 + \frac{\nu_2}{\nu_1} \frac{\bar{z}_1}{m^2},$$

on en déduit

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{U}_1 - \dfrac{Z_1}{j\omega M} U_2}{\dfrac{\nu_2}{m} \bar{Z}_{a_1}}, \qquad \bar{I}_1 = \frac{\dfrac{Z_1}{j\omega M} U_1 - \bar{U}_2}{\nu_1 m \bar{Z}_{a_2}}.$$

Supposons maintenant le transformateur à doubles fuites encadré entre les impédances (1) et (2); la matrice de l'ensemble est, par (13) :

$$
(22)\quad \left|\begin{array}{ll}
A_0 = \dfrac{\overline{Z}_0 + \overline{Z}_1}{j\omega M} & B_0 = \begin{cases} mv_1 \overline{Z}_{a2} + \dfrac{\overline{Z}_1}{j\omega M}\left(\overline{Z}_3 + \dfrac{\overline{Z}_1}{\overline{Z}_2} Z_0\right) + \dfrac{Z_0 Z_3}{j\omega M} \\ \text{ou bien} \\ \dfrac{v_1}{m}\overline{Z}_{a1} + \dfrac{\overline{Z}_2}{j\omega M}\left(\overline{Z}_0 + \dfrac{\overline{Z}_1}{\overline{Z}_2}\overline{Z}_3\right) + \dfrac{\overline{Z}_0 \overline{Z}_3}{j\omega M} \end{cases} \\
C_0 = \dfrac{1}{j\omega M} & D_0 = \dfrac{\overline{Z}_2 + \overline{Z}_3}{j\omega M}
\end{array}\right|.
$$

Dans les équations (7) à (12), $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$, $\overline{D}$ sont à remplacer par $\overline{A}_0$, $\overline{B}_0$, $\overline{C}_0$, $\overline{D}_0$ de la matrice (22). Dans (9) et (10) le dénominateur commun B_0 peut être simplifié, en pratique, parce que sensiblement $\overline{Z}_1/\overline{Z}_2 \simeq (v_1/v_2)m^2$, et v_1 diffère peu de $\overline{Z}_1/j\omega M$ et v_2/m de $\overline{Z}_2/j\omega M$. Les termes $Z_0 Z_3/j\omega M$ sont, en général, très faibles relativement. D'où l'on a

$$
\overline{B}_0 \approx \frac{\overline{Z}_1}{j\omega M}\left[\overline{Z}_{a2} + \frac{\overline{Z}_2}{\overline{Z}_1}\overline{Z}_0 + \overline{Z}_3\left(1 + \frac{Z_0}{Z_1}\right)\right] \approx v_1 m\left[\overline{Z}_{a2} + \frac{v_2}{v_1 m^2}\overline{Z}_0 + \overline{Z}_3\right] + \frac{\overline{Z}_0\overline{Z}_3}{j\omega M},
$$

$$
\overline{B}_0 \approx \frac{Z_2}{j\omega M}\left[\overline{Z}_{a1} + \frac{Z_2}{\overline{Z}_1}\overline{Z}_3 + \overline{Z}_0\left(1 + \frac{Z_3}{\overline{Z}_2}\right)\right] \approx \frac{v_2}{m}\left(\overline{Z}_{a1} + \frac{v_1 m^2}{v_2} Z_3 + Z_0\right] + \frac{Z_0 Z_3}{j\omega M}.
$$

Dans le montage des transformateurs à résonance, le secondaire est fermé sur l'impédance Z_3 et, par suite, $U_2 = 0$, et il reste, pour $\overline{I}_1$ et $\overline{I}_2$, au lieu de (3) et (4), les expressions développées

$$
(23)\quad \overline{I}_2 = \frac{\overline{U}_1}{mv_1\left[R_2 + R_3 + \dfrac{v_2}{v_1 m^2}(R_0 + R_1) + j\left(X_3 + \dfrac{v_2}{v_1 m^2}X_0 + \omega Z_{a2}\right)\right]},
$$

$$
(24)\quad \overline{I}_1 = \overline{D}_0\overline{I}_2 = \frac{\overline{Z}_2 + \overline{Z}_3}{j\omega M}\overline{I}_2 = \frac{R_2 + R_3 + j(X_3 + \omega L_{a2})}{j\omega M}\overline{I}_2,
$$

avec

$$
L_{a2} = \sigma' L'_2 + l_2 + \frac{v_0}{v_1 m^2} l_1 \qquad \text{et} \qquad L_{a1} = \frac{v_1 m^2}{v_2} L_{a2}.
$$

Les forces électromotrices induites internes (auxquelles les inductions dans le fer sont proportionnelles), se déduisent des U_1 et U_2 par

$$
\overline{E}_1 = \overline{U}_1 - (\overline{Z}_0 + \overline{z}_1) I_1 \qquad \text{et} \qquad \overline{E}_2 = \overline{U}_2 + (Z_3 + \overline{z}_2)\overline{I}_2.
$$

Si σ' est nul ($v_1 = v_2 = 1$), on a $\overline{E}_1 = m\overline{E}_2$ et les inductions sont égales.

Ce sont les termes en σ' qui créent une inégalité. On a explicitement

$$\sigma' L'_1 = mM\left(\rho_1 - \frac{1}{\rho_2}\right) \qquad \text{et} \qquad \sigma' L'_2 = \frac{M}{m}\left(\rho_2 - \frac{1}{\rho_1}\right).$$

Le réglage à la résonance correspond au maximum de I_2, et, par suite, à l'annulation de la réactance totale au dénominateur; la condition est

$$(25) \qquad \omega L_3 - \frac{1}{\omega K_3} + \frac{\rho_2}{\rho_1 m_2}\left(\omega L_0 - \frac{1}{\omega K_0}\right) + \omega\left(\sigma' L'_2 + l_2 + \frac{\rho_2}{\rho_1 m_2} l_2\right) = 0,$$

ou bien

$$(26) \qquad \omega(L_3 + \sigma' L'_2 + l_2) + \frac{\rho_2}{\rho_1 m^2}(\omega L_0 + l_1) - \frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{K_3} + \frac{\rho_2}{\rho_1} m^2 \frac{1}{K_3}\right) = 0$$

(car on peut dans la pratique négliger le terme $X_k X_2$ divisé par ωM). En fait, on ne conserve jamais quatre éléments variables $L_0\, L_3\, K_0\, K_3$, et, l'annulation de l'un ou l'autre de ces éléments simplifie la condition. Quand l_1 et l_2 sont négligeables, l'inductance apparente $\sigma' L'_1$ ou $\sigma' L'_2$ joue un rôle important et permet de réduire les inductances L_0 et L_3.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les actions électrostatiques dans un système de corps isotropes.* Note (1) de M. **Louis Roy**.

Les actions électromagnétiques et électriques, qui font l'objet de deux Notes antérieures (2), concernent, à un instant quelconque, un système en mouvement au sens large de l'Énergétique. Coïncident-elles comme cas particulier, c'est-à-dire en réduisant le champ magnétique total ($\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$) au champ dû à la seule aimantation et le champ électrique total (**X**, **Y**, **Z**) au champ électrostatique (X, Y, Z), avec les actions magnétiques et électrostatiques auxquelles conduit la considération du même système supposé en équilibre magnétique et électrique? La réponse est entièrement affirmative pour les premières, incomplètement pour les secondes, et la présence des courants électriques dans l'état de mouvement explique cette différence.

Dans l'une et l'autre théorie intervient en effet l'expression

$$\mathrm{I} = \int_{\varpi} \mathrm{V}\,\delta[(e + \mathrm{E})\,d\varpi] + \int_{\mathrm{S}} \mathrm{V}\,\delta[(\sigma + \boldsymbol{\Sigma})\,d\mathrm{S}],$$

(1) Séance du 10 octobre 1938.

(2) *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 659 et 757.

V étant le potentiel électrique, ϖ et S le volume total et la surface totale des différents corps du système et δ désignant, soit la variation éprouvée par chaque quantité entre crochets entre les instants t et $t+dt$ dans le cas de la théorie dynamique, soit sa variation virtuelle dans la théorie statique. Or cette expression se transforme de façon toute différente dans l'un et l'autre cas.

Dans le premier, les équations indéfinie et superficielle de continuité du courant total de densité (f, g, h) peuvent s'écrire en effet [3]

$$\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| dt\, d\varpi + \delta[(e+\mathrm{E})\,d\varpi] = 0,$$
$$|f\alpha|\, dt\, d\mathrm{S} + \delta[(\sigma+\Sigma)\,d\mathrm{S}] = 0,$$

les cosinus directeurs α, β, γ étant relatifs à la demi-normale intérieure; d'où l'on déduit

$$\mathrm{I} = dt \int_{\varpi} \left| f \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x} \right| d\varpi,$$

expression destinée à se réduire avec d'autres termes de l'équation fondamentale.

Dans le second, on est conduit à écrire

$$\mathrm{I} = \int_{\varpi} \mathrm{V}\,\delta(\mathrm{E}\,d\varpi) + \int_{\mathrm{S}} \mathrm{V}\,\delta(\Sigma\,d\mathrm{S}) + \int_{\varpi+\mathrm{S}} \mathrm{V}\,\delta\,dq,$$

dq désignant un élément de charge réelle $e\,d\varpi$ ou $\sigma\,d\mathrm{S}$; la dernière intégrale intervient dans l'une des conditions de l'équilibre électrique du système, tandis que le développement des deux autres ne rappelle en rien le précédent résultat.

La théorie statique conduit ainsi aux résultats suivants :

I. *Diélectrique parfaitement doux déformable.* — En chaque point de la surface d'un tel diélectrique s'exerce la tension normale

$$2\pi\varepsilon(\sigma+\Sigma)^2 + |\mathrm{A}\bar{\mathrm{X}}| - \mathrm{G},$$

comptée positivement vers l'extérieur du corps, et la pression de composantes $(\mathrm{X}, \mathrm{Y}, \mathrm{Z})\sigma$ [4].

En chaque point intérieur de ce diélectrique s'exerce la force par unité

---

(3) L. Roy, *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse,* 3e série, 15, 1923, p. 210.

(4) Sur la signification du vecteur (X, Y, Z) sur S, même observation qu'en notre précédente Note.

de volume de composantes

$$\frac{\rho}{k}\frac{\partial k}{\partial \rho}\left(X\frac{\partial A}{\partial x}+Y\frac{\partial B}{\partial x}+Z\frac{\partial C}{\partial x}\right)+\frac{\partial G}{\partial \rho}\frac{\partial \rho}{\partial x}+\frac{\partial G}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial x}, \quad \ldots.$$

La résultante et le moment résultant des forces élémentaires correspondantes restent calculables par la même règle que dans l'état dynamique, sauf que le couple par unité de volume (BZ — CY, ...) n'existe plus.

II. *Diélectrique rigide.* — Si le diélectrique est permanent, la résultante et le moment résultant des forces électrostatiques qui s'exercent sur lui restent calculables par la même règle que dans l'état dynamique.

Si le diélectrique est parfaitement doux, la règle donnée dans l'état dynamique reste valable, sauf que le couple par unité de volume est devenu

$$-BZ'+CY', \quad -CX'+AZ', \quad -AY'+BX',$$

(X', Y', Z') désignant le champ électrostatique dû au seul diélectrique considéré.

En particulier, si le système n'est pas électrisé $[(e, \sigma)=0]$, chacun des trois diélectriques considérés se comporte, dans l'état d'équilibre et au point de vue résultante et moment résultant, comme l'aimant qui lui correspond : tandis que, dans l'état dynamique, tous trois se comportent au même point de vue comme un aimant permanent rigide.

GÉODÉSIE. — *Mesures de gravité aux Iles Philippines.* Note [1] de M. Pierre Lejay.

Le tableau suivant donne les valeurs de la gravité obtenues au cours d'une campagne aux Philippines dans les îles de Luzon et Panay à l'aide de deux gravimètres Holweck-Lejay (n°s 42 et 622). Valeur de base : Manille (Observatoire), $g=978,360$, trouvée par le *Coast and Geodic Survey*, voisine de celle que nous avions nous-même déterminée en 1934 (978,359).

Les valeurs normales sur l'ellipsoïde international sont seules données; celles sur l'ellipsoïde de Helmert (1901) sont plus faibles de $18,5\pm0,3$ milligals.

On donne dans les deux dernières colonnes les différences entre les valeurs obtenues par chacun des pendules et la valeur adoptée; les discordances indiquent le degré de précision des mesures.

(1) Séance du 2 novembre 1938.

Stations.	Latitude.	Longitude Greenwich.	Alt.	δ.	Dates.	g.	g_0.	g''_0.	γ'_0.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.	Δ.	Δ.
	° ′	° ′	mètres		1938	Adopté	gals	gals	gals	mgals	mgals	622	42
Zi-Ka-Wei	31.11,5	121.25,7	7	2,5	15– I	979,436	979,438	979,437	979,432	6	5	–	–
Manille	14.34,7	120.58,9	4	2,5	28 »	978,360	978,361	978,361	978,375	—14	—14	+1	0
Coron	12. 0,0	120.12,2	5	2,6	31 »	978,324	978,326	978,325	978,272	54	53	0	0
Culion	11.53,7	120. 1,2	20	2,6	1– II	978,316	978,322	978,320	978,268	54	52	0	0
Cuyo	10.51,2	121. 0,4	5	2,4	2 »	978,287	978,289	978,288	978,232	57	56	–	–
Caramay	10.10,5	119.13,6	3	2,5	3 »	978,268	978,269	978,269	978,212	57	57	0	+1
Iwahig	9.45	118.39,5	11	2,6	4 »	978,236	978,240	978,238	978,197	43	41	—1	+2
Puerto Princessa	9.44	118.43,5	20	2,5	4 »	978,237	978,243	978,241	978,196	47	45	—1	+1
Calasag	10.28,2	119.52,5	0	2,5	5 »	978,284	978,284	978,284	978,219	65	65	–	–
Aracelli	10.34	119.59,5	3	2,5	5 »	978,283	978,284	978,284	978,222	62	62	–	–
Cuyo	10.51,4	121. 0,4	5	2,4	6 »	978,287	978,289	978,288	978,232	57	56	0	—1
Manille	14.34,7	120.58,9	4	2,5	9 »	978,360	–	–	–	–	–	+1	—3
Cavite	14.29	120.54,5	3	2,4	11 »	978,336	978,337	978,337	978,371	—34	—34	0	—1
Novaliches	14.44,5	121. 3,8	111	2,6	12 »	978,387	978,421	978,409	978,382	39	27	0	0
Cabanatuan	15.29,4	120.57,7	30	2,6	15 »	978,410	978,420	978,416	978,416	4	0	+2	—3
San José	15.47,5	120.59,2	120	2,6	15 »	978,447	978,484	978,471	978,430	54	41	–	–
Balete	16. 7,2	120.56,3	870	2,7	15 »	978,313	978,580	978,479	978,446	134	33	–	–
Aritao	16.17,5	121. 1,7	390	2,6	15 »	978,413	978,533	978,489	978,453	80	36		
Bayombong	16.29,2	121. 9,2	275	2,6	15 »	978,431	978,516	978,485	978,464	52	21	+2	—3
Kiangan	16.46,7	121. 5,3	740	2,6	15 »	978,318	978,545	978,463	978,478	67	—15	0	—1
Bontoc	17. 5,6	120.58,5	900	2,6	16 »	978,336	978,612	978,512	978,494	118	18	–	–
Lubuagan	17.21,4	121.10,2	815	2,7	16 »	978,359	978,609	978,514	978,507	102	7		–
Basao	17.13,8	121. 6,5	600	2,7	17 »	978,396	978,580	978,510	978,501	79	9		–
Cervantes	16.59,3	120.44,3	500	2,6	18 »	978,432	978,585	978,530	978,489	96	41	0	0
Gregorio del Pilar	16.58,6	120.37,8	1430	2,6	18 »	978,237	978,674	978,517	978,488	186	29	–	–
Tagudin	16.56,2	120.26,7	20	2,5	18 »	978,498	978,504	978,502	978,486	18	16	0	0
Lagangilang	17.36,8	120.43,9	100	2,6	19 »	978,543	978,574	978,563	978,520	54	43		–
Bantai	17.35	120.23,3	25	2,5	19 »	978,533	978,541	978,538	978,519	22	19	–	–
Badoc	17.55,8	120.28,5	25	2,5	19 »	978,621	978,629	978,626	978,537	92	89	—2	+2
Laoag	18.11,8	120.35,5	15	2,5	20 »	978,640	978,645	978,643	978,551	94	92		–
Banna	17.59	120.39,5	85	2,6	20 »	978,570	978,597	978,587	978,540	57	47	–	–
Piddig	18.10	120.43	67	2,6	20 »	978,579	978,600	978,592	978,550	50	42		–
Cap Bojeador	18.31	120.36	103	2,6	20 »	978,714	978,746	978,734	978,568	178	166	—2	+2
Clavaria	18.36,3	121. 4,8	3	2,6	21 »	978,691	978,692	978,692	978,573	119	119	—4	+3
Pamplona	18.29,3	121.19,8	15	2,5	21 »	978,656	978,661	978,659	978,566	95	93		–
Lal-lo	18.12,3	121.39,7	15	2,5	22 »	978,610	978,615	978,613	978,552	63	61		–
Tuguegarao	17.36,9	121.43,8	24	2,5	22 »	978,500	978,508	978,505	978,521	—13	—16	–	–
Piat	17.47,5	121.28,5	39	2,6	22 »	978,502	978,514	978,510	978,530	—16	—20		–
Ilagan	17. 8,5	121.53,3	20	2,5	23 »	978,516	978,522	978,520	978,496	26	24	–	–
Echague	16.42,5	121.40,4	60	2,5	23 »	978,488	978,507	978,500	978,475	32	25	–	–
Bayombong	16.29,2	121. 9,2	275	2,6	24 »	978,434	978,519	978,488	978,464	55	24	—1	+2
Banaue	16.55	121. 3,8	1237	2,7	24 »	978,254	978,633	978,491	978,485	148	6	–	–
Mont Polis	16.58,5	121. 1,7	1910	2,7	24 »	978,124	978,708	978,487	978,488	220	— 1		–
Mont Data	16.51,7	120.52,5	1900	2,7	25 »	978,098	978,679	978,459	978,482	197	—23	0	+1
Haight's place	16.37,7	120.44,5	2400	2,7	26 »	978,072	978,805	978,528	978,471	334	57		–
Camp 30 (Sapiangao)	16.32,3	120.42,1	1670	2,7	26 »	978,177	978,688	978,495	978,466	222	29	–	–
Baguio	16.24,7	120.36	1512	2,7	26 »	978,192	978,654	978,479	978,460	194	19	0	0
Itogon	16.21,8	120.40,7	742	2,7	27 »	978,342	978,570	978,483	978,458	112	25	–	–
Langoyan	16.29,3	120.45,8	740	2,7	27 »	978,348	978,575	978,489	978,464	111	25		–

Stations.	Latitude.	Longitude Greenwich.	Alt.	δ.	Dates.	g.	g_0.	g''_0.	γ'_0.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.	Δ.	Δ.
	° ′	° ′	mètres		1938	Adopté	gals	gals	gals	mgals	mgals	622	42
Long Beach	16.34,7	120.19,5	3	2,4	28 II	978,493	978,494	978,494	978,468	26	26	–	–
San Fabian	16. 7,4	120.24,2	6	2,4	28 »	978,452	978,454	978,453	978,446	8	7	–	–
Binalonan	16. 3	120.35,5	43	2,5	28 »	978,385	978,398	978,394	978,443	—45	—49		–
Lingayen	16. 1,5	120.14	5	2,5	28 »	978,553	978,555	978,554	978,442	113	112	–	–
Lucab	16.11,5	119.59,9	5	2,5	1 III	978,581	978,582	978,582	978,449	133	133	0	0
Infanta	15.49,6	119.54,3	5	2,5	1 »	978,597	978,599	978,598	978,432	167	166	–	
Camp de la Bengued	15.34	120. 5,2	150	2,8	1 »	978,537	978,584	978,565	978,420	164	145	–	
Iba	15.19,7	119.58,8	6	2,5	2	978,519	978,521	978,520	978,409	112	111	–	–
Dinalupihan	14.52,3	120.28	130	2,6	2 »	978,428	978,468	978,454	978,388	80	66	–	–
Manille	14.34,7	120.58,9	4	2,5	5	978,360	–	–	–	–	–	—1	0
Fort Mc Kinley	14.33,5	121. 2,3	40	2,5	6 »	978,393	–	–	–	–	–	—2	+3
Manille	14.34,7	120.58,9	4	2,5	7 »	978,360	–	–	–	–	–	0	+4
Santa Isabel	14.50,3	120.50	7	2,5	10 »	978,344	978,346	978,345	978,387	—41	—42	–	–
Bamban	15.16,8	120.34	64	2,6	10 »	978,398	978,420	978,412	978,407	13	5	0	0
Tarlac	15.29,4	120.35,4	41	2,5	10 »	978,407	978,420	978,415	978,416	4	— 1	–	–
Camiling	15.41,3	120.24,8	15	2,5	10 »	978,491	978,496	978,494	978,426	70	68	–	
Carmen	15.53,3	120.35,9	26	2,5	11 »	978,388	978,396	978,393	978,435	—39	—42		
Umigan	15.55,7	120.50,4	106	2,5	11 »	978,431	978,464	978,452	978,437	27	15	–	–
Boundary Gate	15.40,5	121.18,3	653	2,7	11 »	978,349	978,549	978,474	978,425	124	49	–	
Sibur Springs	15.10,2	121. 3,5	50	2,6	12 »	978,433	978,449	978,443	978,402	47	41		
Cabayo	15.15,1	120.51,5	16	2,5	12 »	978,367	978,372	978,370	978,405	—33	—35	–	–
Arayat	15. 9,5	120.46,3	12	2,5	12 »	978,364	978,368	978,366	978,401	—33	—35	–	–
Magabang	15.12	120.39,5	37	2,5	12 »	978,375	978,387	978,383	978,403	—16	—20	–	–
Ipo	14.52,3	121. 8,8	71	2,7	12 »	978,420	978,442	978,434	978,388	54	46	–	–
Manille	14.34,7	120.58,9	4	2,5	13 »	978,360	–	–	–		–	—2	0
San Pablo	14. 4,5	121.19,5	119	2,6	14 »	978,345	978,382	978.369	978,353	29	16		–
Lucena	13.56,1	121.36,5	14	2,5	14	978,357	978,362	978,360	978,348	14	12	–	–
Gumaca	13.55,3	122. 6	4	2,6	14 »	978,382	978,383	978,383	978,347	36	36	–	–
Antimonan	14. 0,2	121.55,3	3	2,6	14 »	978,408	978,409	978,409	978,350	59	59	–	–
Malinao	13.50	121.49	215	2,7	15 »	978,373	978,439	978,414	978,350	89	64	–	–
Tayabas	14. 1,8	121.35,3	195	2,6	15 »	978,320	978,380	978,359	978,352	28	7	–	–
Candelaria	13.55,8	121.25,3	71	2,6	15 »	978,331	978,353	978,345	978,347	6	— 2	–	–
San Juan	13.49,6	121.23,6	17	2,6	15 »	978,346	978,352	978,349	978,343	9	6	–	–
Batangas	13.45,4	121. 3,5	5	2,5	15 »	978,351	978,353	978,352	978,340	13	12	–	–
Taal	13.52,5	120.55,3	33	2,6	16 »	978,353	978,363	978,360	978,345	18	15	–	–
Lian	14. 2,4	120.39	9	2,6	16 »	978,328	978,331	978,330	978,352	—21	—22	–	–
Alfonso	14. 8,2	120.51,3	633	2,6	16 »	978,218	978,412	978,342	978,356	56	—14		–
Silang	14.13,5	120.58,3	308	2,6	16 »	978,295	978,390	978,355	978,360	30	— 5	–	–
Manille	14.34,7	120.58,9	4	2,5	20 »	978,360			–	–	–	0	+1
Sipocot	13.46	122.59,5	11	2,6	21 »	978,361	978,365	978,363	978,341	24	22	–	–
Paracale	14.17	122.47	5	2,6	22 »	978,425	978,427	978,426	978,362	65	64	0	+1
Daet	14. 6,8	122.57,2	17	2,6	22 »	978,404	978,410	978,407	978,355	55	52	–	–
Naga	13.37,3	123.10,8	5	2,6	22 »	978,375	978,377	978,376	978,335	42	41	–	–
Pasacao	13.31	123. 2,5	3	2,7	23 »	978,383	978,384	978,384	978,330	54	54	–	–
Lagonoy	13.44	123.31	8	2,7	23 »	978,398	978,401	978,400	978,339	62	61	–	–
Tigaon	13.38,2	123.29,8	49	2,6	23 »	978,359	978,374	978,369	978,335	39	34	–	
Consocep	13.37	123.25	532	2,6	23 »	978,266	978,429	978,370	978,334	95	36	–	–
Iriga	13.25	123.24,5	20	2,6	23 »	978,350	978,356	978,354	978,326	30	28	–	–
Buhi	13.25	123.30	84	2,6	24 »	978,337	978,363	978,354	978,326	37	28	–	–
Polangui	13.17,3	123.29	23	2,5	24 »	978,337	978,344	978,342	978,321	23	21	–	–
Tabaco	13.21,5	123.44	5	2,6	24 »	978,345	978,347	978,346	978,324	23	22	–	–

Stations.	Latitude.	Longitude Greenwich.	Alt.	δ.	Dates.	g.	g_0.	g''_0.	γ'_0.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.	Δ.	Δ.
	° ′	° ′	mètres		1938	Adopté	gals	gals	gals	mgals	mgals	622	42
Tiwi Springs	13.27,8	123.40	5	2,6	24–III	978,359	978,361	978,360	978,328	33	32	–	–
Mayon	13.16	123.40	773	2,6	25 »	978,185	978,423	978,336	978,320	103	16	—1	+2
Gubat	12.55,5	124. 7,5	5	2,6	25 »	978,359	978,361	978,360	978,307	54	53	–	–
Bulusan	12.45,5	124. 8	10	2,6	25 »	978,348	978,351	978,350	978,300	51	50	–	–
Bulan	12.40	123.52,5	4	2,6	26 »	978,341	978,342	978,342	978,297	45	45	–	–
Irosin	12.42,5	124. 2	52	2,6	26 »	978,342	978,358	978,352	978,298	60	54	–	–
Casigaran	12.52,7	124. 0,5	48	2,6	26 »	978,331	978,346	978,341	978,305	41	36	–	–
Sorsogon	12.58	124. 0	3	2,5	26 »	978,324	978,325	978,325	978,309	16	16	–	–
Putiao	13. 1,3	123.43	17	2,6	26 »	978,339	978,345	978,342	978,310	35	32	–	–
Paolba	13. 9,5	123.27	70	2,6	27 »	978,348	978,370	978,362	978,316	54	46	–	–
Guinobatan	13.11,4	123.36	75	2,6	27 »	978,353	978,376	978,368	978,317	59	51	–	–
Legazpi	13. 8,4	123.44	4	2,5	27 »	978,336	978,337	978,337	978,315	22	22	—1	+2
Manille	14.34,7	120.58,9	4	2,5	31 »	978,360						0	0
Banate	11. 0,2	122.49,2	3	2,6	6–IV	978,313	978,314	978,314	978,237	77	77	–	–
Sara	11.15,7	123. 0,6	18	2,6	6 »	978,327	978,333	978,331	978,245	88	86	–	–
Estancia	11.27,5	123. 9,2	15	2,6	7 »	978,317	978,322	978,320	978,252	70	68	0	+1
Capiz	11.35,1	122.45,2	15	2,6	7 »	978,313	978,318	978,316	978,257	61	59	–	–
Dumalag	11.18,4	122.37,3	32	2,7	7 »	978,263	978,273	978,269	978,247	26	22	–	–
Altavas	11.32,3	122.29,5	17	2,6	7 »	978,321	978,327	978,324	978,255	72	69	–	–
Barrio Polo-Banga	11.35,8	122.18,5	36	2,7	7 »	978,298	978,309	978,305	978,257	52	48	–	–
Kalibo	11.42,8	122.21,8	6	2,6	8 »	978,323	978,325	978,324	978,261	64	63	–	–
Barotac Nuevo	10.53,7	122.42,2	10	2,6	8 »	978,264	978,267	978,266	978,233	34	33	–	–
Duenas	11. 3,3	122.38	28	2,6	8 »	978,280	978,289	978,286	978,238	51	48	–	–
Miagao	10.38,7	122.14,2	15	2,6	9 »	978,215	978,220	978,218	978,225	— 5	— 7	–	–
Barbasa	11.11,9	122. 2,2	16	2,6	9 »	978,240	978,245	978,243	978,243	2	0	–	–
Bugasong	11. 2,6	122. 3,9	18	2,6	9 »	978,203	978,209	978,207	978,238	—29	—31	–	–
San José	10.44,7	121.56,2	7	2,5	10 »	978,227	978,229	978,228	978,228	1	0	—4	+3
Cabatuan	10.52,8	122.28,9	68	2,6	10 »	978,220	978,241	978,233	978,232	9	1	–	–
Jaro	10.43,8	122.33,3	20	2,5	10 »	978,246	978,252	978,250	978,227	25	23	–	–
Iloilo	10.41,8	122.34,2	6	2,5	11 »	978,269	978,271	978,270	978,226	45	44	–	–

COMMISSIONS.

Par l'unanimité de 46 suffrages MM. **L. Lecornu**, **J. Hadamard**, **R. Bourgeois**, **É. Borel**, **M. Brillouin**, **J. Drach**, **J. Chazy** sont désignés pour former, joints au Bureau de l'Académie, la Commission du prix *Albert Ier de Monaco*.

CORRESPONDANCE.

STATISTIQUE. — *Le débit de crue médian au cours des années.* Note [1] de M. **Emil J. Gumbel**, présentée par M. Émile Borel.

Le débit de crue médian u_0 en fonction du nombre d'années T_0 est [2]

$$(1)\qquad u_0(T_0) = b\,\mathrm{Exp}\,(\lg\tau : a), \qquad [1 - \Phi(\lg\tau)]\,T_0 = 3,79807.10^{-3},$$

Φ étant l'intégrale de Gauss, b la médiane des débits journaliers, et $1 : a$ proportionnel au logarithme du quotient des deux quartiles des débits journaliers. On en tire facilement une relation linéaire entre $\lg\tau$ et $\lg T_0$ valable pour les débits de crue médians réduits $2,6 < \lg\tau < 3$, c'est-à-dire pour un intervalle de temps limité, disons $16 < T_0 < 170$. Car on obtient, par développement en série autour de $\log\tau' = 2,8$,

$$\frac{d\lg\tau}{d\lg T_0} = \frac{1-\Phi(\lg\tau')}{2\,\mathrm{Exp}(-\lg^2\tau') : \sqrt{\pi}} + (\lg\tau - \lg\tau')\left[-1 + 2\lg\tau'\frac{1-\Phi(\lg\tau')}{2\,\mathrm{Exp}(-\lg^2\tau') : \sqrt{\pi}}\right] + \ldots$$
$$= 0,16884 + (\lg\tau - 2,8)\,0,0545 + \ldots.$$

Le premier facteur est sensiblement égal au quotient des différences pour les limites de l'intervalle

$$\log e\,\frac{\Delta\lg\tau}{\Delta\log T_0} = \frac{0,43429\,(3,0 - 2,6)}{2,23517 - 1,20676} = 0,16892.$$

Puisque le deuxième facteur n'a qu'une petite influence dans l'intervalle envisagé, on peut poser approximativement

$$(2)\qquad \lg\tau\,(T_0) = A + 0,16884\,\lg T_0,$$

d'où résulte, d'après (1),

$$(3)\qquad u_0(T_0) = b\,e^{A : a}\,T_0^{0,16884 : a}.$$

Dans l'intervalle envisagé, l'augmentation du logarithme du débit de

---

[1] Séance du 24 octobre 1938.

[2] *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 558.

crue médian est indépendante du temps et proportionnelle à $1:a$. Car

(4) $$\frac{d\log u_0(T_0)}{d\log T_0} = \frac{0,16884}{a}.$$

Une autre approximation, valable pour de petites valeurs de $1:a$ et de courtes durées T_0, est, d'après (1) et (2),

$$u_0(T_0) = u_0(50)\,\mathrm{Exp}[0,16884(\log T_0 - \log 50):a\log e].$$

(5) $$u_0(T_0) = u_0(50)[1 + (\log T_0 - \log 50)\,0,38877:a].$$

Le débit de crue médian devient, aux conditions énoncées, une fonction linéaire du logarithme du nombre d'années. Une formule analogue, mais de signification différente et purement empirique, est due à M. Fuller [3].

Pour la prévision des inondations, on pose, d'après (1),

(6) $$\log u_0(T_0) = \log \tilde{u}(1) + [\lg\tau(T_0) - 2,0466]\log e : a,$$

$\tilde{u}(1)$ étant le débit de crue médian annuel tiré de la répartition observée des débits de crue. On identifie les plus grands débits de crue observés $'u(T)$ jusqu'à une époque T, dite année à saut, aux débits de crue médians $u_0(T)$. On introduit d'après (1) les valeurs $\lg\tau(T)$ correspondantes. Enfin, n étant le nombre des années à saut, on détermine la seule constante $\log e : a$ par la méthode des moindres carrés suivant

(7) $$[\Sigma \log {}'u(T) - n\log\tilde{u}(1)] : [\Sigma \lg\tau(T) - 2,0466n] = \log e : a.$$

Pour le Tennessee River, 1875-1931 [4], le plus grand débit de crue a été observé en 1875. Soit 1931 l'année $T = 1$, et tournons le regard vers les temps passés. Alors on obtient, à l'aide des $n = 7$ années à saut contenues dans le tableau ci-après et du débit de crue annuel moyen $\tilde{u}(1) = 201.10^3$ pieds cubes par seconde, l'équation

(8) $$\log u_0(T_0) = 4,7943 + 0,2486\lg\tau(T_0).$$

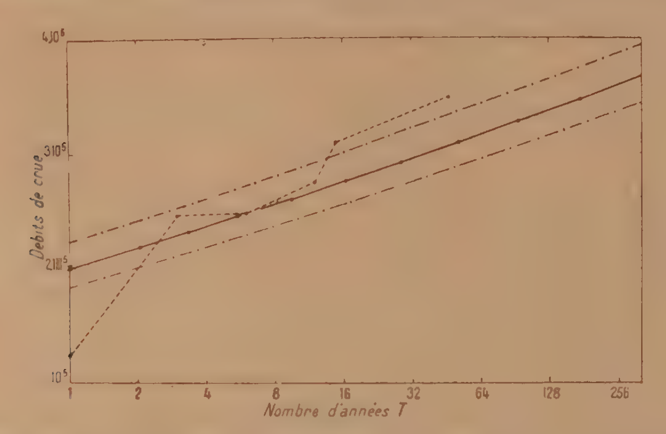
La courbe u_0 en fonction de $\log T_0$, tracée à l'aide de (1), au milieu de la figure est sensiblement linéaire. En plus, nous traçons les années T_1 et T_2 correspondant aux deux quartiles des débits de crue, d'après les formules

(3) W. E. Fuller, *Flood Flows, Trans. Amer. Soc. Civil Eng.*, 77, 1914, p. 564.
(4) *Flood Flows, Water Supply Paper* 771, Washington, 1936, p. 400.

générales

$$(9) \qquad \log T_1 = \log T_0 + 0{,}303, \qquad \log T_2 = \log T_0 - 0{,}382.$$

Compte tenu de l'opinion générale, suivant laquelle les inondations sont



Cours observé et prévision des inondations du Tennessee River à Chattanooga.

•— —• Débits de crue observés $'u$ (T). •——• Débits de crue médians $u_0(T_0)$.

× Débit de crue médian annuel $\bar{u}$ (1). •—•—• Quartiles des débits de crue.

Débits de crue absolus observés $'u$ et réduits τ aux années à saut T.

T.	log T.	lg τ (T).	'u(T)10⁻⁵.	log 'u(T) — 5.
1	0	2,0466	1,23	0,0899
3	0,4771	2,2794	2,46	0,3909
6	0,7782	2,4163	2,48	0,3944
12	1,0791	2,5460	2,75	0,4393
15	1,1761	2,5873	3,10	0,4914
46	1,6628	2,7837	3,49	0,5428
57	1,7558	2,8199	3,61	0,5575
Σ		17,4792		2,9062

absolument irrégulières, la concordance entre la théorie et les observations est encore satisfaisante. Il existe donc une probabilité de trois quarts pour que le débit de crue d'ici 100 ans, *rebus sic stantibus*, ne surpasse pas la plus grande valeur exceptionnelle observée jusqu'à présent.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur un cas d'extension d'une propriété à la totalité d'un ensemble.* Note de M. **Louis Pasqualini**.

Soit $\{s\}$ un ensemble fermé de segments de droite possédant la propriété suivante :

Tout segment ab appartient à $\{s\}$ quand on peut le décomposer en deux segments ad et db de $\{s\}$, et cela de manière que le segment formant les environs du point d sur ab appartienne aussi à $\{s\}$.

Définition. — *Nous dirons qu'un point* M *de l'espace euclidien* R_p *à p-dimensions est un point c, si tout segment pris dans les environs de* M *appartient à* $\{s\}$. *Dans le cas contraire* M *est un point n*.

Cela posé, la propriété que nous étendrons à tout un ensemble ponctuel K, moyennant les hypothèses du théorème ci-dessous, est la propriété de « *point c* », l'extension s'effectuant dès qu'elle est assurée sur une portion de K d'importance suffisante.

Lemme. — *Un segment ab entièrement formé de points c est un segment s*.

Supposons qu'il n'en soit pas ainsi, et partageons ab en deux segments ad et db. L'un de ces deux segments, au moins, n'est pas un segment s; sinon, d'après la propriété admise pour $\{s\}$, ab appartiendrait à $\{s\}$. Notons ce nouveau segment a_1b_1. On parvient à former une suite $\{a_ib_i\}$ de segments emboîtés, exclus de $\{s\}$. Ces segments ont pour limite un point de ab, qui, d'après la façon même de l'obtenir, est un point n; ce qui contredit l'hypothèse.

Théorème. — K *étant un ensemble ponctuel convexe à p dimensions de l'espace euclidien* R_p *et* E *un sous-ensemble de* K *n'admettant aucun continu à* $p-1$ *dimensions, si* K — E *est entièrement constitué de points c, tous les points de* K *sont des points c*.

Il suffit de montrer que tout segment ab appartenant à K est un segment s.

Cas particulier. — F *est porté par un segment de droite* IJ :

1° ab ne contient aucun point de E : c'est un segment s d'après le lemme;

2° ab coupe IJ en un point de E. On peut former une suite $\{a_ib_i\}$ de segments de K tendant vers ab et ne coupant pas IJ. Chaque a_ib_i est un segment s; il en est de même de ab car $\{s\}$ est fermé.

Cas général. — *Il n'y a pas de support rectiligne pour* E :

1° ab ne contient aucun point de E : ab est un segment s;

2° ab porte des points de E, mais a est exclu de E.

Si, dans tout secteur hypersphérique de centre a, dont ab est un des rayons, il existe un rayon ne portant aucun point n, on pourra constituer une suite de segments s tendant vers ab; sinon il existe un secteur dont chaque rayon porte des points n.

Considérons la collection des points n portée par un rayon variable ax.

Quand ax tend vers ax_0 de toutes manières possibles, les limites des points n constituent d'après M. G. Bouligand l'accumulatif de la collection sur ax_0. L'ensemble $\{n\}$ étant fermé, cet accumulatif fait partie de la collection portée par ax_0 : la collection jouit de la semi-continuité supérieure d'inclusion (il y a $\overline{\text{S.C.I.}}$). Inversement montrons que chaque point m de ax_0 jouant le rôle de point n fait partie de l'accumulatif porté par ax_0; sinon, il y aurait une hypersphère p-dimensionnelle de centre m de rayon assez petit pour ne contenir aucun point n hors de ax_0. Tous les points n de cette hypersphère seraient portés par un segment de droite, ce qui est impossible en vertu du cas particulier étudié. Donc la collection jouit aussi de la semi-continuité inférieure d'inclusion (il y a $\underline{\text{S.C.I.}}$). Le segment σ_1 de ax qui a pour extrémités le premier et le dernier point n de ax engendre un continu; le premier point n que l'on rencontre sur ax en partant de a décrit un continu à $p-1$ dimensions : ceci est impossible puisque $\{n\}$ est un sous-ensemble de E. Par suite ab est un segment s.

3° Les deux extrémités de ab appartiennent à E. On peut former une suite $\{a_i b_i\}$ telle que chaque $a_i b_i$ ait une extrémité exclue de E : ab limite de segments s est un segment s.

Remarque. — Le théorème précédent généralise certains de nos résultats antérieurs [1] obtenus pour une forme particulière de la propriété c, en même temps il en dégage la véritable portée.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le potentiel et les suites de fonctions sous-harmoniques.* Note [1] de M. **Marcel Brelot**.

1. Plaçons-nous dans l'espace à $n \geq 2$ dimensions et pour le langage dans l'espace ordinaire. On dira, d'après M. de La Vallée-Poussin, « à peu près partout » au lieu de « sauf sur un ensemble de capacité nulle ». Une fonction u dans un ensemble ouvert y sera dite à peu près sous-harmonique si elle y vaut à peu près partout une fonction sous-harmonique (unique) notée $\hat{u}$.

2. Soit μ_n une distribution de masses $\geqq 0$ fonction additive d'ensemble

---

(1) L. Pasqualini, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1153, et *Thèse*, Poitiers, 1938, p. 43-45.

(1) Séance du 2 novembre 1938.

borélien dans tout l'espace. On suppose que les μ_n sont uniformément bornés et de limite μ, c'est-à-dire que pour tout ensemble borné e dont la frontière ne porte pas de masses μ, $\mu_n(e) \to \mu(e)$. Soit Ω ouvert borné de frontière F.

Lemme I. — Soit dans Ω, $\alpha(M)$ bornée, continue à peu près partout. Si μ ne comporte de masses ni sur les ensembles de capacité nulle de Ω ni sur F

$$\int_\Omega \alpha(M)\, d\mu_n(M) \to \int_\Omega \alpha(M)\, d\mu(M).$$

Lemme II. — Si $\int_\Omega \frac{d\mu_n(M)}{MP}$ est uniformément borné dans Ω, μ ne comporte dans Ω aucune masse sur les ensembles de capacité nulle.

Lemme III. — Si μ ne comporte de masse ni sur F ni sur les ensembles de capacité nulle dans Ω, la plus petite limite v, en tout point de Ω, de $v_n = \int_\Omega \frac{d\mu_n(M)}{MP}$, et qui est $\geqq w = \int_\Omega \frac{d\mu(M)}{MP}$, lui est égale à peu près partout.

Sinon on trouverait dans Ω un ensemble E fermé de capacité > 0, où w serait fini et où $v - w > \varepsilon > 0$. Considérons la distribution ν de Robin-Frostman de la masse 1 sur E qui donne dans Ω un potentiel α borné, continu à peu près partout. On aurait

$$\int_E v_n\, d\nu = \int_\Omega \alpha\, d\mu_n \to \int_\Omega \alpha\, d\mu = \int_E w\, d\nu,$$

d'où

$$\int_E v\, d\nu = \int_E w\, d\nu$$

incompatible avec $v - w > \varepsilon > 0$.

3. Théorème. — *Soit, dans le domaine ouvert borné Ω, u_n sous-harmonique et bornée supérieurement uniformément enfin admettant une limite u non partout infinie négative. Alors u est à peu près sous-harmonique dans Ω* (²).

Supposons d'abord les u_n bornés aussi inférieurement uniformément. A u_n correspond une distribution $(-\mu_n)$ et dans un domaine sphérique σ de Ω, on a (F. Riesz)

$$u_n(P) = -\int_\sigma G(M, P)\, d\mu_n(P) + [u_n(P)]^\star_\sigma,$$

(²) Dans l'hypothèse supplémentaire de u_n croissant, on savait déjà (Szpilrajn-Radó) que la limite est presque sous-harmonique. Nous améliorons ce résultat sans l'utiliser.

G étant la fonction de Green de σ et le crochet la plus petite majorante harmonique dans σ.

On en déduit que dans le domaine sphérique σ_1 concentrique intérieur, μ_n reste borné. Considérons $\overline{\mu}_n$ identique à μ_n dans σ_1, nulle ailleurs. Par extraction on aura $u'_n \to u$, $\overline{\mu}'_n \to \mu$ et

$$u'_n(\mathrm{P}) = -\int_{\sigma_1} \mathrm{G}_1(\mathrm{M}, \mathrm{P})\, d\overline{\mu}'_n(\mathrm{M}) + [u'_n(\mathrm{P})]^*_{\sigma_1}$$
$$= -\int_{\sigma_1} \frac{d\overline{\mu}'_n(\mathrm{M})}{\mathrm{MP}} + \int_{\sigma_1} \omega(\mathrm{M}, \mathrm{P})\, d\overline{\mu}'_n(\mathrm{M}) + [u'_n(\mathrm{P})]^*_{\sigma_1}.$$

Les deux derniers termes sont harmoniques et uniformément bornés dans σ_2 concentrique intérieur. Une nouvelle extraction donnera lieu à des suites de limites harmoniques dans σ_2. Prenons σ_3 intérieure et dont la frontière ne porte pas de masse (μ). Tout revient à constater que $\int_{\sigma_3} \frac{d\overline{\mu}''_n}{\mathrm{MP}}$, qui a une limite dans σ_3, tend à peu près partout vers $\int_{\sigma_3} \frac{d\mu}{\mathrm{MP}}$, comme cela résulte des lemmes II et III.

On passe au cas général en considérant l'enveloppe supérieure $[u_n]_k$ de u_n et de la constante k. Elle tend vers $[u]_k$ à peu près sous-harmonique et ceci, pour k tendant vers $-\infty$ par valeurs entières, tend en décroissant d'une part vers u, d'autre part à peu près partout vers la limite de $\widehat{[u]}_k$ décroissant, laquelle est $-\infty$ ou sous-harmonique. On achève en montrant directement que si u est finie en un point, elle ne peut être $-\infty$ presque partout.

4. *Application.* — Le théorème utilisé de Robin-Frostman étant indépendant du problème généralisé de Dirichlet, nous allons déduire de ce qui précède une nouvelle démonstration du fait que, pour un domaine borné Ω, l'ensemble des points frontière irréguliers est de capacité nulle.

On considère P fixé dans Ω et Ω_n régulier tendant en croissant vers Ω. Soit u_n la solution du problème de Dirichlet classique pour Ω_n et $-1/\mathrm{PM}$, prolongée par $-1/\mathrm{PM}$, par exemple dans une grande sphère Σ; u_n y est sous-harmonique et croissante, bornée. Donc u_n a une limite u à peu près sous-harmonique. Mais la fonction de Green généralisée de Ω relative à P vaut $1/\mathrm{PM} + u(\mathrm{M})$ et les points-frontière irréguliers sont ceux où la p. g. l. de u par l'intérieur est $> -1/\mathrm{PM}$. Or ces points font partie de l'ensemble où u diffère de $\widehat{u}$, lequel est de capacité nulle. D'où le résultat.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la vitesse moyenne en suivant le mouvement dans un fluide en écoulement turbulent.* Note de MM. **Roger Duchêne** et **André Martinot-Lagarde**, présentée par M. Émile Jouguet.

L'un de nous avait décrit [1] une méthode de mesure pour les débits gazeux; elle consiste à émettre en un point A une bouffée de gaz étranger et à mesurer le temps mis par ce gaz pour atteindre un point B, où il est décelé par une mesure interférométrique de l'indice de réfraction. La vitesse ainsi déterminée u_L avait été trouvée égale à la vitesse de débit u_Q, quotient du débit Q par la section S_0 du tuyau.

Il a été vérifié de plus que la vitesse mesurée était toujours égale à u_Q, *quelle que soit la position du point* B *dans sa section droite.*

Il serait inexact de conclure de ces résultats que la vitesse des particules, parallèlement à l'axe du tuyau, est la même en tous les points de la section droite : ce serait contraire aux résultats fournis par le tube de Pitot.

On peut admettre, en particulier d'après l'expérience du filet de couleur de Reynolds [2], qu'en régime aussi turbulent que celui qui est envisagé ($R_D \simeq 300000$), telle particule, qui se trouve près de l'axe à un instant donné, se trouve, un instant plus tard, près de la paroi, et ainsi de suite, suivant une loi inconnue. De ces vitesses variables dans le temps en direction et en grandeur, que prend une même particule le long de sa trajectoire, la composante parallèle à l'axe est la seule qui intéresse au point de vue du débit. Désignons-la par u. C'est à cette vitesse variable u que progresse une particule gazeuse dans le sens du courant, et la grandeur u_L, donnée par l'expérience, est la moyenne par rapport au temps de cette vitesse u (moyenne au sens de Lagrange). On peut également considérer la vitesse moyenne $\overline{u}$ en un point fixe, vitesse qui est la moyenne des vitesses u des particules dont les trajectoires passent par ce point (moyenne au sens d'Euler).

Les mesures de débit d'eau, faites selon la méthode d'Allen par injection de solution saline en A et détection en B par une mesure de conductibilité électrique, pouvaient s'interpréter déjà en supposant que $u_L = u_Q$, mais la démonstration est ici plus précise, car la détection est faite dans une portion beaucoup plus petite de la section droite.

---

(1) Roger Duchêne, *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 35.
(2) *Phil. Trans. Roy. Soc.*, A, **111**, 1883, p. 935.

Partageons la section droite S_0 en portions $dS(\bar{u})$ limitées par les lignes d'égale vitesse $\bar{u}$ et $\bar{u}+d\bar{u}$. Pour calculer la vitesse moyenne d'une particule allant de A à B,

$$u_L = \frac{1}{t_0}\int_0^{t_0} u(t)\,dt;$$

faisons d'abord la somme partielle comprenant les termes qui correspondent aux éléments de l'intervalle de temps $dt(\bar{u})$ où la particule est dans une même portion $dS(\bar{u})$ de la section droite; il vient ensuite, si l'on appelle U le maximum de $\bar{u}$,

$$u_L = \frac{1}{t_0}\int_0^{U} \bar{u}\,dt(\bar{u}).$$

Le débit étant $Q=\int_0^U \bar{u}\,dS(\bar{u})$, il suffit, pour que $u_L = \frac{Q}{S_0}$, que l'on ait

$$dt(\bar{u}) = \frac{t_0}{S_0}\,dS(\bar{u}),$$

c'est-à-dire que la particule reste dans chacune des portions de section droite définies plus haut pendant un temps proportionnel à l'aire $dS(\bar{u})$ de cette portion; cela implique, en particulier, qu'elle ait passé très près de l'axe et très près de la paroi dans le trajet de A à B, ce qui est conforme à l'expérience du filet de couleur de Reynolds.

BALISTIQUE. — *Le problème général de la balistique extérieure, Troisième et quatrième approximations.* Note [1] de M. **Godofredo García**.

1. Dans notre Note antérieure nous avons donné la première et seconde approximation du problème général de la balistique extérieure en négligeant la sphéricité de la Terre.

Nous allons maintenant tenir compte de cette sphéricité. Passons à la :

Troisième approximation. — On a les équations

$$\frac{d\vec{V}_2}{dt} + e^{-kH_0^1} f(U_2)\vec{V}_2 = \vec{I}_0 g_0 \left[\frac{R}{R+H_0^1}\right]^2, \tag{1}$$

$$\frac{dU_2}{dt} + e^{-kH_0^1} f(U_2)U_2 = \frac{\vec{\chi}_0}{\cos\frac{\gamma}{2}} \times \vec{I}_0 g_0 \left[\frac{R}{R+H_0^1}\right]^2. \tag{2}$$

(1) Séance du 26 octobre 1938.

Remplaçons $e^{-kH_0^1}$ par $1 - kH_0^1$ et $[R/(R+H_0^1)]^2$ par $1 - 2(H_0^1/R)$. Posons

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_0 + \vec{v}_2 k, \quad U_2 = U_0 + u_2 k, \tag{3}$$

où $\vec{V}_0$, U_0 est la première approximation. On a

$$\frac{d\vec{v}_2}{dt} + f(U_0)\vec{v}_2 + \vec{V}_0 f'(U_0)\, u_2 - h_0 f(U_0)\vec{V}_0 = -\left(\vec{i}_1 D_0 + \vec{i}_3 \frac{2h_0}{R}\right)\frac{g_0}{k}, \tag{4}$$

$$\frac{du_2}{dt} + \{f(U_0) + U_0 f'(U_0)\}\, u_2 - h_0 f(U_0)\, U_0 = -\frac{\vec{\chi}_0}{\cos\frac{\gamma}{2}}\left(\vec{i}_1 D_0 + \vec{i}_3 \frac{2h_0}{R}\right)\frac{g_0}{k}, \tag{5}$$

où l'on a

$$h_0 = x_{30}\sin\sigma - x_{10}\sin\alpha.$$

2. Après avoir déterminé $\vec{v}_2$, u_2, donc $\vec{V}_2$, U_2, $P_2 - O$, en fonction du temps, on calcule la seconde approximation de D, H, Δ, $\vec{I}$. On a

$$\left\{\begin{aligned} &\operatorname{tang} D_2 = \frac{x_{12}\cos\alpha + x_{32}\cos\sigma}{R - x_{12}\sin\alpha + x_{32}\sin\sigma}, \qquad H_2 = \frac{h_2}{\cos D_2} = \frac{x_{32}\sin\sigma - x_{12}\sin\alpha}{\cos D_2}, \\ &\Delta_2 = \frac{2R\sin^2\frac{D_2}{2}}{1 - 2\sin^2\frac{D_2}{2}}, \qquad H_0^1 = H_2 + \Delta_2, \qquad \vec{I}_1 = -\vec{i}_1\sin D_2 + \vec{i}_3\cos D_2. \end{aligned}\right. \tag{6}$$

3. *Quatrième approximation.* — Nous avons les équations

$$\frac{d\vec{V}_3}{dt} + e^{-kH_2^1}\left\{f(U_3) - \frac{2V_{x12}V_{x32}}{U_2} f'(U_2)\varepsilon^2\right\}\vec{V}_3 = \vec{I} g_0\left[\frac{R}{R+H_2^1}\right]^2, \tag{7}$$

$$\frac{dU_3}{dt} + e^{-kH_2^1}\left\{f(U_3) - \frac{2V_{x12}V_{x32}}{U_2} f'(U_2)\varepsilon^2\right\}U_3 = \frac{\vec{\chi}_0}{\cos\frac{\gamma}{2}} \times \vec{I}_1 g_0\left[\frac{R}{R+H_2^1}\right]^2. \tag{8}$$

En posant

$$\vec{V}_3 = \vec{V}_2 + \delta\vec{V}_2, \quad U_3 = U_2 + \delta U_2, \tag{9}$$

on a les équations

$$\begin{aligned} &\frac{d\,\delta\vec{V}_2}{dt} + f(U_2)\,\delta\vec{V}_2 + f'(U_2)\,U_2\,\delta\vec{V}_2 - \frac{2V_{x12}V_{x32}}{U_2} f'(U_2)\vec{V}_2\varepsilon^2 + k[H_0^1 - H_2^1]\, f(U_2)\vec{V}_2 \\ &\quad = \left\{\vec{I}_1\left[1 - \frac{2H_2^1}{R}\right] - \vec{I}_0\left[1 - \frac{2H_0^1}{R}\right]\right\} g_0, \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} &\frac{d\,\delta U_2}{dt} + \{f(U_2) + U_2 f'(U_2)\}\,\delta U_2 - 2V_{x12}V_{x32} f'(U_2)\varepsilon^2 + k[H_0^1 - H_2^1]\, f(U_2)\, U_2 \\ &\quad = \frac{\vec{\chi}_0}{\cos\frac{\gamma}{2}}\left\{\vec{I}_1\left[1 - \frac{2H_2^1}{R}\right] - \vec{I}_0\left[1 - \frac{2H_0^1}{R}\right]\right\} g_0. \end{aligned} \tag{11}$$

4. La solution de M. Popoff correspond au cas où le verseur $\vec{\chi}_3$ est tangent à la trajectoire au point $O(\sigma = \varphi)$, et la variable ω de M. Popoff est donnée par

$$(12)\qquad (\vec{\chi}_1 + \vec{\chi}_3^*)\,\vec{V} = 2\cos^2\left(\frac{\alpha+\varphi}{2}\right)\omega.$$

M. Popoff suppose $\vec{\chi}_1 = -\vec{i}_3$, on a donc

$$h = x_3 \sin\varphi - x_1.$$

Siacci suppose $\alpha = \sigma = \varphi$, donc $\vec{\chi}_0 \times \vec{i}_3 = 0$.

5. En considérant une direction quelconque qui forme l'angle ψ avec $\vec{\chi}_1$, on a le verseur correspondant

$$(13)\qquad \vec{\chi} = \vec{\chi}_1 \frac{\sin(\gamma - \psi)}{\sin\gamma} + \vec{\chi}_3 \frac{\sin\psi}{\sin\gamma}.$$

Multipliant scalairement avec l'équation (1) de la première Note, on a l'équation scalaire générale

$$(14)\qquad \frac{dW}{dt} + e^{-kH} f(V)\,W = \vec{\chi} \times \vec{I} g_0 \left[\frac{R}{R+H}\right]^2$$

qui donne comme cas particuliers les solutions de Bianchi, de Didion etc.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur le passage des corpuscules à travers des barrières de potentiel coulombien.* Note de M. **Gabriel Badarau**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous avons donné [1] une solution approximative du problème de la pénétration des corpuscules chargés dans le noyau de l'atome. A cette occasion, tout en employant la solution approximative de Brillouin-Wentzel, nous avons remarqué que Ψ, ainsi choisi, présente des singularités au point $r_0(E = U)$, tandis que la solution exacte n'en présente pas. En même temps nous nous sommes bornés au cas de particules du moment cinétique nul.

Nous nous proposons à présent de donner *la solution exacte du problème dans le cas particulier d'un potentiel coulombien*, pour lequel l'équation de

[1] *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 39.

Schrödinger prend la forme

$$(1)\qquad \frac{d^2\chi_j}{dr^2}+\frac{8\pi^2 m}{h^2}\left[E-\frac{2Ze^2}{r}-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\frac{j(j+i)}{r^2}\right]\chi_j=0.$$

Comme Whittaker et Watson [2] l'indiquent, on peut résoudre (1) en termes de fonctions du type $W_{K,m}(z)$, $W_{K,m}$ satisfaisant à l'équation

$$(2)\qquad \frac{d^2W}{dz^2}+\left\{-\frac{1}{4}+\frac{K}{z}+\frac{\frac{1}{4}-m^2}{z^2}\right\}W=0,$$

où z est une variable imaginaire. En effet, en écrivant (1) sous la forme

$$(3)\qquad \frac{d^2\chi_j}{dr^2}+\left(a+\frac{b}{r}+\frac{c}{r^2}\right)\chi_j=0;$$

en posant

$$(4)\qquad \chi_j=-\frac{1}{4a}W_{K,m}\qquad \text{et}\qquad z=\varkappa r,$$

et en choisissant $\varkappa$ de façon à avoir $-1/4a\varkappa^2=1$, on obtient une équation de la forme (2) où K, m et $\varkappa$ seront donnés en fonction des valeurs de a, b et c, déduites de (1) par les formules

$$(5)\qquad K=i2Ze^2\frac{\sqrt{2ME}}{E\hbar}=iK_0,\qquad m^2=\frac{1}{4}+j(j+i),\qquad \varkappa=i\frac{\hbar}{\sqrt{2ME}}=i\varkappa_0.$$

A l'exception des valeurs réelles négatives de z on peut représenter $W_{K,m}$ par l'expression

$$(6)\qquad W_{K,m}(z)=-\frac{1}{2\pi i}\Gamma\left(K+\frac{1}{2}-m\right)e^{-\frac{1}{2}z}z^K\int_\infty^{(0+)}(-t)^{-K-\frac{1}{2}+m}\left(1+\frac{t}{z}\right)^{K-\frac{1}{2}+m}e^{-t}\,dt,$$

où l'on suppose que $\arg z$ a ses valeurs principales et que le contour est choisi de telle façon que le point $t=-z$ soit à l'extérieur. On voit très facilement que l'équation (2) admet comme deuxième solution particulière la fonction $W_{-K,m}(-z)$ si $|\arg(-z)|<\pi$, condition remplie en choisissant l'argument $-\pi/2$ pour *l'imaginaire pure* z [cf. (4) et (5)].

Admettons maintenant que le potentiel à l'intérieur du noyau ($0\leq r<r_0$) ait une valeur constante $U=U_0$ et que pour $r>r_0$ on ait $U=1/r$. Dans ces conditions la solution de l'équation de Schrödinger pour le cas d'une particule chargée qui tombe sur le noyau doit représenter à l'infini

(2) *A Course of Modern Analysis*, seconde édition, Cambridge, 1915, p. 334.

la superposition de deux ondes sphériques, l'onde incidente et l'onde réfléchie; elle doit donc avoir la forme

$$(7)\qquad \Psi(r)=\frac{1}{r}\chi_{l,\infty}=\frac{1}{r}\{I_1\exp.(iK_1r)+D_1\exp.(-iK_1r)\};\qquad K_1=\frac{1}{\hbar}\sqrt{2ME}.$$

L'expression asymptotique de $W_{K,m}$ ([3]) satisfait à cette condition. En effet, quand $|\arg z|<\pi$, condition remplie car $\arg z=\pi/2$, elle est de la forme

$$(8)\qquad W_{K,m}(z)\sim e^{-\frac{1}{2}z}z^{K}\{1+O(z^{-1})\},$$

où le symbole O représente « de l'ordre de ». La même chose reste vraie pour $W_{-K,m}(-z)$ tant que $|\arg(-z)|<\pi$, condition satisfaite comme précédemment. On aura donc aussi

$$(9)\qquad W_{-K,m}(-z)=e^{\frac{1}{2}z}(-z)^{-K}\{1+O(z^{-1})\}.$$

Nous choisirons par suite comme solution de (1) dans le domaine fini ($r_0<r$, fini) une expression de la forme

$$\chi_j^{(e)}=IW_{-K_1m}(-ix_0r)+DW_{K_1m}(ix_0r)\quad\text{avec}\quad I=-\frac{A_1}{4a}\quad\text{et}\quad D=-\frac{B_1}{4a},$$

A_1 et B_1 étant des constantes arbitraires.

Notre solution étant valable partout dans le domaine $r>r_0$, nous n'aurons donc à établir la continuité des solutions qu'au point $r=r_0$ où il y a une discontinuité de potentiel. On sait que les conditions $\chi_j^{(e)}(r_0)=\chi_j^{(i)}(r_0)$ et $(d\chi_j^{(e)}/dr)_{r=r_0}=(d\chi_j^{(i)}/dr)_{r=r_0}$ doivent être satisfaites en ce point. $\chi_j^{(i)}$ étant

$$(10)\qquad \chi^{(i)}_{0\leq r<r_0}=R[\exp.(iK_1r_0)-\exp.(-iK_1r_0)].$$

Après calcul on trouve pour le coefficient de transmission T une expression de la forme $T=RR^*$ avec

$$R=\frac{1}{I}\,\frac{e^{iK_1r_0}\left[\left(\frac{dW_{K_1m}}{dr}\right)_{r=r_0}-iK_1W_{K,m}(z_0)\right]-e^{-iK_1r_0}\left[\left(\frac{dW_{K_1m}}{dr}\right)_{r=r_0}+iK_1W_{K_1m}(z_0)\right]}{\left(\frac{dW_{K_1m}}{dr}\right)_{r=r_0}W_{-K,m}(-z_0)-\left(\frac{dW_{-K_1m}}{dr}\right)_{r=r_0}W_{K_1m}(z_0)},$$

où $z_0=i\chi_0r_0$. Remarquons pour finir que, une fois choisie la valeur du

---

([3]) WHITTAKER et WATSON, *loc. cit.*, p. 336 et suiv.

rayon nucléaire r_0, on peut obtenir une valeur numérique de $W_{K,m}$ et par suite de T (4).

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *La généralisation des potentiels thermodynamiques déduite de l'affinité.* Note (1) de M. **Pierre Van Rysselberghe**, présentée par M. Marcel Brillouin.

Nous avons montré (2) qu'il n'existe en général pas de fonction $Z(x, y; n_1 \ldots n_\gamma \ldots n_c)$ telle que ses dérivées partielles par rapport aux n_γ soient égales aux potentiels μ_γ de Gibbs. Rappelons que ces potentiels μ_γ se présentent dans les cas particuliers où les variables physiques x, y sont S, V; S, p; T, V ou T, p. Les potentiels thermodynamiques sont alors respectivement E, H, F et G.

Dans cette Note, nous obtenons la généralisation Z de ces potentiels thermodynamiques *à partir de l'affinité* $A(x, y; n_1 \ldots n_c)$, fonction d'état de Th. De Donder. La fonction $Z(x, y; n_1 \ldots n_c)$ devra satisfaire à l'*unique* équation

$$A = -\left(\frac{\partial Z}{\partial \xi}\right)_{xy}. \tag{1}$$

On sait que

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial \xi}\right)_{xy} = \sum_{\gamma=1}^{c} \nu_\gamma \left(\frac{\partial Z}{\partial n_\gamma}\right)_{xy}. \tag{1'}$$

L'intégration de (1) se ramène à celle des équations différentielles ordinaires

$$\frac{dx}{0} = \frac{dy}{0} = \frac{dn_1}{\nu_1} = \ldots = \frac{dn_\gamma}{\nu_\gamma} = \ldots = \frac{dn_c}{\nu_c} = -\frac{dZ}{A} = d\xi. \tag{2}$$

(4) Au moment de la présentation de cette Note nous venons d'apprendre que MM. L. E. Hoisington et Breit, traitant un sujet différent, emploient aussi la fonction (6) comme solution de (1) (*Phys. Rew.*, 54, 15 octobre 1938, p. 627, arrivée le 5 novembre à Paris).

(1) Séance du 17 octobre 1938.

(2) P. Van Rysselberghe, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1126. Nous utiliserons ici les notations de l'Ouvrage de Th. De Donder, *L'Affinité* (Paris, 1936); voir spécialement p. 30 à 36.

On obtient immédiatement les invariants ou intégrales

$$(3)\quad \left\{\begin{aligned} &a_1 = x, \quad a_2 = y, \quad \ldots, \quad b_\gamma = \frac{n_\gamma}{\nu_\gamma} - \xi, \quad \ldots \\ &C = Z + \int A(a_1, a_2; \ldots, b_\gamma \nu_\gamma + \xi \nu_\gamma, \ldots)\, d\xi. \end{aligned}\right.$$

Posons $C \equiv \varphi(a_1; a_2; \ldots, b_\gamma, \ldots)$, où φ est une fonction *arbitraire* des invariants a_1, a_2; b_1, ..., b_γ. On aura ainsi l'intégrale générale de (1), à savoir

$$(5)\quad Z = -\left[\int A(a_1, a_2; \ldots, b_\gamma \nu_\gamma + \xi \nu_\gamma, \ldots)\, d\xi\right] + \varphi\left(x, y; \ldots, \frac{n_\gamma}{\nu_\gamma} - \xi, \ldots\right).$$

Dans l'expression entre crochets, on remplacera, après avoir effectué la quadrature, a_1 par x, a_2 par y, b_γ par $n_\gamma/\nu_\gamma - \xi$. Enfin, pour exprimer Z en fonction des n_1, ..., n_γ *seulement, on remplacera* ξ *par une fonction des* n_γ *telle que sa dérivée par rapport à* ξ *soit égale à* 1. Ainsi, on remplacera ξ par n/ν si $\nu \neq 0$, ou par $\frac{1}{c}\sum_\gamma \frac{n_\gamma}{\nu_\gamma}$ ou simplement par n_γ/ν_γ.

A partir de cette expression générale de Z, on pourra calculer les potentiels chimiques $\mu_{\gamma,xy}$ grâce à

$$(6)\quad \mu_{\gamma,xy} = \left(\frac{\partial Z}{\partial n_\gamma}\right)_{xy}.$$

On les trouvera, en général, différents des μ_γ de Gibbs. On aura cependant toujours

$$(7)\quad A = -\sum_\gamma \nu_\gamma \mu_{\gamma,xy} = -\sum_\gamma \nu_\gamma \mu_\gamma.$$

La différentielle totale de Z s'écrit

$$(8)\quad dZ = X\, dx + Y\, dy + \sum_\gamma \mu_{\gamma,xy}\, dn_\gamma;$$

d'où l'on tire immédiatement trois potentiels thermodynamiques nouveaux tels que

$$d(Z - Xx) = -x\, dX + Y\, dy + \sum_\gamma \mu_{\gamma,Xy}\, dn_\gamma;$$

$$d(Z - Yy) = X\, dx - y\, dY + \sum_\gamma \mu_{\gamma,xY}\, dn_\gamma;$$

$$d(Z - Xx - Yy) = -x\, dX - y\, dY + \sum_\gamma \mu_{\gamma,XY}\, dn_\gamma.$$

On aura

$$\mu_{\gamma,xy} = \mu_{\gamma,Xy} = \mu_{\gamma,xY} = \mu_{\gamma,XY}, \tag{9}$$

ce qui généralise les relations bien connues de Gibbs

$$\mu_{\gamma,SV} = \mu_{\gamma,Sp} = \mu_{\gamma,TV} = \mu_{\gamma,Tp} = \mu_{\gamma}. \tag{9'}$$

On voit bien ainsi que les potentiels chimiques ne sont pas des fonctions d'état. Autrement dit, il faut les préciser au moyen d'*indices* x, y, S, V, etc.

Les considérations qui précèdent peuvent être facilement étendues au cas où le système est le siège de plusieurs réactions simultanées.

ÉLECTRICITÉ APPLIQUÉE. — *Sur l'entretien du mouvement d'un pendule au moyen d'un courant alternatif de fréquence élevée par rapport à sa fréquence propre*. Note [1] de M. **Joseph Béthenod**, transmise par M. André Blondel.

Cornu a étudié autrefois la méthode d'entretien des pendules par un courant périodiquement interrompu. Dans le même ordre d'idées, j'ai réalisé, en collaboration avec M. A. Soulier une horloge électrique qui est actionnée par le courant alternatif du secteur *alimentant, sans aucun contact d'entretien*, un solénoïde qui attire le noyau en fer terminant le pendule, un condensateur c étant inséré dans le circuit de l'enroulement magnétisant. Une horloge de ce type a été réalisée avec entier succès [2] et, pour expliquer le fonctionnement de cet appareil, j'ai établi une théorie restée encore inédite à laquelle les travaux récents sur les phénomènes d'auto-entretien des oscillations et de relaxation peuvent donner un certain intérêt.

Soient, au temps t, x le déplacement du pendule, L le coefficient de self-induction correspondant de l'enroulement magnétisant et i le courant instantané; la force motrice F excercée sur le pendule s'exprime par la formule de Vaschy, et l'on peut écrire, en appelant M la masse, S le facteur d'amortissement, K le facteur de résistance due au couple élastique,

$$F = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx} = Kx + S\frac{dx}{dt} + M\frac{d^2x}{dt^2}. \tag{1}$$

---

[1] Séance du 2 novembre 1938.

[2] Cf. Brevet français n° 691515 du 30 mai 1929.

A cette équation, on peut associer l'équation du courant en fonction de la tension d'amplitude sin U_m et de pulsation Ω

$$(2) \qquad u_m \sin(\Omega + \varphi) = \mathrm{R}i + \frac{1}{c}\int i\,dt + \frac{d(\mathrm{L}i)}{dt}.$$

La résolution complète du système (1) et (2) présente de trop grandes difficultés, même en admettant que l'inductance de la bobine varie linéairement par rapport à x; mais on peut, avec une suffisante approximation, supposer que l'oscillation du pendule suit une loi sinusoïdale $x = x_m \sin\omega t$, en négligeant les petites perturbations. En posant ainsi

$$(3) \qquad \mathrm{L} = \mathrm{L}_0 + \lambda x = \mathrm{L}_0 + \lambda x_m \sin\omega t,$$

on se propose de montrer qu'une solution périodique de la forme

$$(4) \qquad i = \mathrm{A}\sin\Omega t + \mathrm{B}\sin[(\Omega - \omega)t + \alpha]$$

est une solution suffisamment approchée des équations (1) et (2), en négligeant les courants de pulsation $\Omega + \omega$ ou autres, au besoin en raison de l'adjonction de filtres électriques appropriés.

Substituons donc les valeurs (3) et (4) dans l'expression (1) de F, en négligeant les termes de pulsations 2Ω, $2(\Omega - \omega)$, $2\Omega - \omega$, on obtient

$$(5) \qquad \frac{1}{2}\lambda.\mathrm{AB}\cos(\omega t - \alpha) = \mathrm{K}x + \mathrm{S}\frac{dx}{dt} + \mathrm{M}\frac{d^2x}{dt^2},$$

d'où

$$(6) \qquad x_m = \frac{1}{2}\lambda.\mathrm{AB}\frac{1}{\sqrt{\mathrm{S}^2\omega^2 + (\mathrm{K} - \mathrm{M}\omega^2)^2}} \qquad \text{et} \qquad \operatorname{tang}\alpha = \frac{\mathrm{K} - \mathrm{M}\omega^2}{\mathrm{S}\omega}.$$

En substituant de même (3) et (4) dans (2) et en négligeant encore les termes de pulsations $\Omega + \omega$ et $\Omega - 2\omega$, ..., on décompose l'équation en deux autres, correspondant aux fréquences Ω et $\Omega - \omega$ respectivement

$$(7) \quad u_m \sin(\Omega t + \varphi) = \mathrm{RA}\sin\Omega t + \left(\mathrm{L}_0\Omega - \frac{1}{c\Omega}\right)\mathrm{A}\cos\Omega t + \frac{\Omega\lambda x_m}{2}\mathrm{B}\sin(\Omega t + \alpha)$$

et

$$(8) \quad \frac{(\Omega - \omega)\lambda x_m}{2}\mathrm{A}\sin(\Omega - \omega)t = \mathrm{RB}\sin[(\Omega - \omega)t + \alpha] + \left[\mathrm{L}_0(\Omega - \omega) - \frac{1}{c(\Omega - \omega)}\right]\mathrm{B}\cos[(\Omega - \omega)t + \alpha].$$

Les deux égalités (6), jointes au système (7) et (8), permettent de déterminer les valeurs des inconnues A, B, α, φ, ω.

Sans entamer ici une discussion détaillée de ces valeurs, on utilise une donnée expérimentale en remarquant que, dans le cas de l'horloge réalisée, la pulsation ω correspondait très sensiblement à la fréquence d'oscillation propre du pendule

$$\omega^2 = \frac{K}{M}.$$

On en déduit $\alpha = 0$, puis, d'après (8), la condition

$$L_0 c(\Omega - \omega)^2 = 1, \tag{9}$$

qui permet de déterminer les valeurs

$$x_m = \lambda \frac{AB}{2} \frac{1}{S\omega}, \qquad B = \frac{(\Omega - \omega)\lambda x_m}{2R} A,$$

d'où

$$A^2 = \frac{4RS\omega}{\lambda^2(\Omega - \omega)}. \tag{10}$$

Une fois que A est donné par (10), l'égalité (7) permet facilement de calculer x_m au moyen d'une représentation vectorielle classique de cette équation, dans laquelle le dernier terme du second membre représente la force contre-électromotrice due au mouvement du pendule. On constate ainsi aisément qu'il existe un seuil pour la tension du réseau nécessaire à l'entretien du mouvement, ce qui est conforme à l'expérience.

Si dans (4) on envisage un terme en $(\Omega + \omega)$ au lieu de $(\Omega - \omega)$, un calcul similaire conduit à une impossibilité d'auto-entretien. Une solution plus complète comportant des termes des deux genres apparaît possible, mais entraîne naturellement des calculs beaucoup plus compliqués. D'ailleurs le terme en $(\Omega + \omega)$ semble correspondre à un effet de freinage. De toute façon, dans le cas envisagé ci-dessus $(\alpha = 0)$, la condition (9), qui caractérise une résonance *moyenne* du circuit d'entretien sur la fréquence $\Omega - \omega/2\pi$, justifie la solution (4) adoptée plus haut.

Le phénomène qui vient d'être rappelé constitue un exemple remarquable d'un entretien de phénomène oscillatoire par une source unique d'énergie sinusoïdale de fréquence quelconque, et qui échappe à la notion habituelle de démultiplication de fréquence.

MAGNÉTISME. — *Nouveau procédé pour la mesure des courants intenses.* Note de M. **Belling Tsaï**, présentée par M. Aimé Cotton.

Ce procédé de mesure est basé sur le fait que la circulation du champ autour d'un conducteur parcouru par un courant I est égal à $4\pi I$. Si l'on prend un solénoïde flexible relié à un fluxmètre et qu'on note la déviation θ de celui-ci lorsque le solénoïde, dont les extrémités se touchent, entoure le conducteur et lorsqu'il forme une autre boucle fermée qui n'enferme pas le conducteur, on obtient immédiatement la valeur du courant I.

Soit s la section du solénoïde, n le nombre de tours par centimètre, D la constante du fluxmètre, θ la déviation du fluxmètre et I le courant à mesurer, on a

$$D\theta = ns\int H\,dl,$$

et, comme

$$\int H\,dl = 4\pi I,$$

on obtient

$$I = \frac{10D}{4\pi ns}\theta \text{ ampères.}$$

On a construit un solénoïde flexible en s'inspirant du potentiomètre magnétique de Chattock (1887). Un fil isolé est enroulé sur un tube de caoutchouc épais dont la longueur est maintenue constante par un câble en cuivre glissé à l'intérieur et fixé par vis et chapeaux aux extrémités du tuyau. Un fil isolant élastique est intercalé entre les spires du bobinage pour garder à l'enroulement sa flexibilité et sa régularité quand on courbe le solénoïde. Le bobinage est effectué en double couche de façon à ramener au même point, c'est-à-dire à un bout du solénoïde, les extrémités du fil, que l'on soude à deux bornes isolées fixées sur un des chapeaux qui coiffent les bouts du tuyau. Pour la mesure on relie ces bornes par l'intermédiaire d'un fil torsadé à un fluxmètre de sensibilité convenable.

Dans l'appareil que nous avons réalisé, la longueur du solénoïde est de $1^m,50$, son diamètre de 2^{cm}, l'enroulement est fait avec du fil de 5/10 sous soie avec 12 tours au centimètre. Le fluxmètre utilisé a une constante de $D = 10\,000$, d'où

$$I = 212\,\theta \text{ ampères.}$$

L'appareil étant construit pour la mesure de courants de l'ordre

de 30 000 A, on peut obtenir la précision de 1/200e en lisant le quart de division sur le fluxmètre. Pour des courants plus faibles, il suffira de faire faire au solénoïde 2 ou 3 tours autour du conducteur pour multiplier la sensibilité par 2 ou 3.

Ce procédé de mesure nous paraît avoir l'avantage sur les procédés existants de s'affranchir des propriétés magnétiques du fer ; de ne pas nécessiter un conducteur rectiligne sur une certaine longueur, étant indépendant de la forme du conducteur, de n'être ni lourd, ni encombrant, et enfin de pouvoir s'utiliser sans interrompre le passage du courant à mesurer, ce qui serait nécessaire pour l'installation d'un shunt. L'appareil est très facilement transportable et les mesures peuvent être faites rapidement.

L'appareil pourrait servir à étalonner un appareil à lecture directe pour la mesure des champs magnétiques ([1]) placé dans une position fixe près du conducteur et qui constituerait dans ce cas un ampèremètre pour courants intenses.

PHYSIQUE ATOMIQUE. — *Les groupes discrets de particules émis au cours de la désintégration de l'azote par les neutrons rapides.* Note ([1]) de MM. **Jean Thibaud** et **Paul Comparat**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Quelques résultats nouveaux peuvent être ajoutés à notre précédent travail ([2]), concernant l'excitation de l'azote par les neutrons rapides (réaction N_7^{14}, $n_0^1 \rightarrow B_5^{11}$, α_2^4) : d'une part l'étude de la distribution des corpuscules de désintégration a été étendue à des énergies inférieures à 0,8 MeV, d'autre part des précisions sont apportées en ce qui concerne les groupes d'énergie précédemment situés à 0,85, 1,02, 1,30 MeV (parmi les 11 groupes publiés).

1. L'exploration des énergies plus basses, jusqu'à 0,5 MeV, a permis de relever de nouveaux groupes à 0,65 et 0,75 MeV.

2. De nouveaux enregistrements nous ont montré que le groupe anormalement large sur la figure publiée ([2]) et situé autour de 1,30 MeV, se dédouble en réalité en deux groupes voisins, l'un à 1,25, l'autre à 1,42 MeV.

([1]) R. Servant et B. Tsaï, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 1172.

([1]) Séance du 2 novembre 1938.

([2]) *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 226.

Le fait de trouver un groupe à 1,4 environ est assez satisfaisant, car cette valeur est en accord avec l'une de celles trouvées par Wilhelmy ([3]) dans un travail analogue.

3. En résumé, nous avons mis en évidence 14 groupes d'énergies s'étendant sur un domaine de 3 MeV (0,5 à 3,5 MeV) : les énergies que nous adoptons, 0,60; 0,75; 0,90; 1,05; 1,25; 1,40; 1,60; 1,75; 2,05; 2,25; 2,55; 2,75; 3,05; (3 à 3,10); 3,30 (3,25 à 3,40) MeV, sont définies en moyenne à 0,03 MeV près, sauf les deux dernières.

4. Nous admettrons que tous ces groupes correspondent aux particules α dans la transformation de l'azote en bore : remarquons ici que le cas d'une réaction avec émission de protons (N_7^{14}, $n_0^1 \rightarrow C_6^{14}$, H_1^1) n'est pas exclu complètement de nos expériences et que certains groupes, vers les basses énergies, pourraient correspondre à des protons. Admettant également que dans la désintégration de l'azote le noyau de bore produit se trouve dans l'état fondamental, tous les groupes précédents correspondront aux niveaux de résonance du noyau intermédiaire N_7^{15}. Par un calcul analogue à celui de Wilhelmy, on obtiendra la valeur absolue E_T des niveaux de résonance par rapport à l'état fondamental de N_7^{15}, en ajoutant à l'énergie de liaison E_l de la particule α dans ce noyau [$E_l = 11,1$ MeV ([4])] l'énergie E_S du neutron incident calculée dans un système où le centre de gravité serait au repos. Enfin l'énergie E_n du neutron incident se calculera en ajoutant à l'énergie de résonance $E_{\alpha+B}$ des groupes, l'énergie Q = 0,35 MeV correspondant à la perte de masse. L'ensemble des niveaux de résonance E_T du noyau intermédiaire N_7^{15} se trouve ainsi dans le tableau suivant :

$E_{\alpha+B}$	0,60	0,75	0,90	1,05	1,25	1,40	1,60
E_n	0,95	1,10	1,25	1,40	1,60	1,75	1,95
E_S	0,54	0,68	0,82	0,96	1,14	1,28	1,47
E_T	11,64	11,78	11,92	12,06	12,24	12,38	12,57
$E_{\alpha+B}$	1,75	2,05	2,25	2,55	2,75	3,05	3,30
E_n	2,10	2,40	2,60	2,90	3,10	3,40	3,65
E_S	1,61	1,89	2,07	2,35	2,55	2,82	3,06
E_T	12,71	12,99	13,17	13,45	13,65	13,92	14,16

On constate que :

a. Dans le domaine d'énergie étudié, 11 à 14 MeV, la densité des

([3]) *Zeits. für Phys.*, **107**, 1937, p. 769.

([4]) LIVINGSTON-BETHE, *Rev. of Modern Phys.*, **9**, 1937, p. 378.

niveaux est forte, l'intervalle moyen est de 0,2 MeV environ. Ce résultat semble confirmer les prévisions de N. Bohr sur les états énergétiques des noyaux.

b. L'intervalle entre les niveaux croît régulièrement des hautes vers les basses énergies, il passe de 0,14 à 0,28 MeV pour des énergies s'étendant de 11 à 14 MeV.

c. Il semble que l'on puisse répartir les niveaux en deux séries, où la séquence des termes présente une certaine régularité; l'intervalle entre 2 niveaux d'une même série augmente faiblement avec l'énergie (de 0,14 à 0,24 MeV), l'intervalle entre 2 séries augmentant plus rapidement (0,28 MeV entre le 1er et le 3e niveau, 0,51 MeV entre le 12e et le 15e niveau).

5. On a étudié de même la distribution des énergies en interposant une lame de 0mm,5 de cadmium à l'entrée de la chambre d'ionisation : des groupes apparaissent, sensiblement aux mêmes emplacements qu'en l'absence de cadmium. Les groupes ne seraient donc pas imputables à des réactions de l'azote causées par les neutrons très lents qu'arrête le cadmium.

6. Il se confirme ainsi que, dans le domaine énergétique étudié, le nombre des niveaux est plus élevé qu'il n'avait été indiqué antérieurement (3) et que l'étude des désintégrations produites par les neutrons rapides peut conduire à une véritable spectrographie nucléaire.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Désintégration spontanée des mésotons, particules composant le rayonnement cosmique pénétrant.* Note de MM. **Paul Ehrenfest** Jr. et **André Fréon**, présentée par M. Jean Perrin.

1. Il est généralement admis que la partie pénétrante du rayonnement cosmique (particules D suivant la notation de Pierre Auger) est constituée, au moins en grande majorité, par des mésotons, particules présentant une charge élémentaire ($+e$ ou $-e$) et une masse m_u environ 200 fois supérieure à celle de l'électron.

2. L'hypothèse de l'existence d'un *quantum lourd* ou *mésoton* a été introduite par Yukawa (1) dans une étude théorique de forces intranucléaires; le développement de cette théorie par Bhabha (2) et Yukawa (3) a montré

(1) *Math. Physic. Soc. Japan*, **17**, 1935, p. 48.
(2) *Nature*, **141**, 1938, p. 117.
(3) *Math. Physic. Soc. Japan*, **20**, n° **4**, 1938.

qu'une telle particule doit se désintégrer spontanément avec une vie moyenne inversement proportionnelle à son énergie E, dans le cas où $E \gg m_u c^2$, ce que nous supposerons ici.

3. Comme différents auteurs ([4]), et nous-mêmes ([5]), l'avons montré, l'intensité du rayonnement cosmique pénétrant mesurée au niveau de la mer en direction verticale, est plus grande que celle obtenue en altitude sous un angle zénithal θ tel que la masse d'air traversée soit la même dans les deux cas.

Heisenberg ([6]) a montré récemment que ce paradoxe d'absorption s'explique par la désintégration spontanée des mésotons : les rayons obliques parcourant des distances plus grandes pour les mêmes masses d'air traversées entre leur naissance et la rencontre des appareils de mesure, ont de plus grandes chances de désintégration que les rayons verticaux et leur intensité totale est diminuée de ce fait.

4. Afin de vérifier ces hypothèses, nous avons entrepris à la station scientifique du Jungfraujoch (3450^{m} d'altitude) des mesures d'intensité des rayons cosmiques en fonction de l'angle zénithal θ avec un appareil à coïncidence comportant 3 compteurs (fabrication Philips) placés dans un plan orientable et pouvant être séparés par des écrans de 10^{cm} et 60^{cm} de plomb ([7]). Ces mesures ont confirmé nos anciennes expériences, et montré en outre : 1° que le paradoxe d'absorption subsiste pour les particules capables de traverser 60^{cm} de plomb; 2° que l'effet de décroissance des rayons obliques est encore plus prononcé pour les rayons qui traversent 10^{cm} de plomb, mais sont arrêtés par 60^{cm}.

5. Pour tirer de nos mesures la vie moyenne des mésotons, nous avons fait les hypothèses suivantes :

a. la formation des mésotons se fait isotropiquement, à une altitude H, qui ne dépend ni de leur énergie E, ni de θ;

b. le trajet des particules est rectiligne;

c. la pression barométrique est donnée par $p = p_H$, exp. $(x \alpha \cos\theta)$, x étant le trajet géométrique depuis le point de naissance des mésotons;

d. les pertes d'énergie qu'ils subissent dans la matière ne sont dues qu'à l'ionisation, et sont proportionnelles à la masse d'air traversée, avec un coefficient ε indépendant de E ([8]);

([4]) Rossi, Follet et Crawshaw, *Proc. Roy. Soc.*, A, 155, 1936, p. 546.

([5]) Auger, Ehrenfest, Fréon et Fournier, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 257.

([6]) Communication privée.

([7]) En cours de publication au *Journal de Physique*.

([8]) Ehrenfest, *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 573.

e. la désintégration spontanée des mésotons se fait suivant la formule

$$\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial x} = -\frac{W}{cE},$$

où W est la probabilité de désintégration par unité de temps et d'énergie, x le trajet.

La vie moyenne peut alors être évaluée à partir de la formule

$$I(q, x, \theta) = \int_{E_H = A}^{\infty} dE_H S(E_H) \exp.\left\{-\frac{W}{c}\int_0^x dy \frac{1}{E_H - \frac{\varepsilon p_H}{\cos\theta}[\exp. y\alpha\cos\theta - 1]}\right\},$$

où

$$A = \varepsilon\left[q + \frac{p_H}{\cos\theta}(\exp.\alpha\cos\theta - 1)\right],$$

x et y étant les distances géométriques comptées le long de la direction θ à partir du lieu de formation, q est la masse superficielle de l'écran local exprimée dans les mêmes unités que p.

6. Afin d'éliminer H, grandeur inconnue, nous avons comparé l'intensité du rayonnement capable de traverser 40^{cm} Pb mais arrêté par 100^{cm} Pb à 3450^{m} d'altitude, avec celle du rayonnement capable de traverser 5^{cm} Pb mais arrêté par 65^{cm} Pb au niveau de la mer. Le rapport, égal à $1,8 \pm 0,5$, nous donne la fraction des mésotons ayant subi la désintégration sur le trajet de $3^{km},4$, trajet équivalent à 35^{cm} Pb au point de vue de pertes par ionisation. Après intégration graphique de l'équation ci-dessus, nous obtenons $1/W = 4 \pm 2.10^{-5}$ sec/10^{9} eV, valeur 10 à 20 fois supérieure à celle obtenue en introduisant dans les formules de Yukawa la masse $m_u = 200 m_0$.

7. Les raisons de ce désaccord peuvent être les suivantes :

a. l'erreur dans nos mesures est supérieure à notre estimation ;

b. les suppositions théoriques faites plus haut sont incorrectes, notamment *a* et *b*.

c. le rayonnement pénétrant contient des corpuscules non désintégrables, comme des protons par exemple ;

d. la valeur de la masse m_u choisie ici est incorrecte ;

e. l'évaluation numérique de W basée sur la théorie du noyau n'est pas exacte.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur un rayonnement mou émis lors de la capture des neutrons par les noyaux.* Note de M. **Bruno Pontecorvo**, présentée par M. Jean Perrin.

Le rayonnement γ émis par les noyaux lors de la capture du neutron a été l'objet de nombreuses recherches ([1]); on sait maintenant que la radiation émise n'est pas homogène, comme d'ailleurs la théorie le prévoit. En effet le noyau nouvellement formé tombe à l'état fondamental en expulsant l'excès d'énergie (correspondant à la liaison du neutron) en plusieurs sauts quantiques. Cependant, malgré les nombreuses recherches sur le rayonnement de capture, la partie très molle de ce rayonnement n'a pas encore été étudiée.

Nous avons entrepris une recherche systématique sur plusieurs éléments, en vue d'étudier la partie molle du rayonnement de capture : ici, nous signalons seulement quelques résultats relatifs à l'Au et au Cd; les détails seront publiés dans un autre Recueil.

Après quelques expériences, nous avons préféré à la méthode des coïncidences la méthode de l'absorption directe du rayonnement de capture par un seul compteur. Nous avons utilisé un compteur avec une paroi très mince (5 microns d'Al), rempli d'air à la pression atmosphérique et fonctionnant sous 5000 volts. D'autre part, pour favoriser les composantes molles, nous avons expérimenté sur des épaisseurs très minces de radiateur.

Les sources utilisées étaient Rn + Be (30 mC) et Rd Ac + Be (intensité en neutrons égale à 20 mC de Rn + Be); cette dernière, émettant des rayons très absorbables, est très indiquée pour les recherches de ce genre. Le dispositif a déjà été décrit ([2]) : le compteur est entouré de paraffine; la distance entre la source et le compteur est $> 20^{cm}$ et variable suivant l'intensité et le genre de la source. L'espace entre la source et le compteur est rempli de Pb, pour diminuer l'effet des rayons γ provenant de la source. L'élément étudié ayant la forme d'un cylindre creux, était placé autour du compteur. Les absorbants étaient également cylindriques et étaient placés entre le radiateur et le compteur.

Si l'on tient compte des effets de fond, pour l'évaluation desquels nous renvoyons à la référence ([2]), on trouve que *le rayonnement émis* en présence

---

([1]) Voir pour la bibliographie : H. A. Bethe, *Rev. Modern Phys.*, 9, 1937, p. 69.

([2]) B. Pontecorvo, *Journal de Physique*, 7, 1936, p. 511.

de la source de neutrons, par $0^{mm},03$ de Cd *est extrêmement absorbable* : il est réduit de moitié par $0^{mm},03$ d'Al. Si l'on tient compte du fait qu'une partie du rayonnement, correspondant à peu près à un tiers du nombre des coups enregistrés, n'est pratiquement pas absorbée par des épaisseurs ultérieures d'Al, il semble improbable que le rayonnement mou observé soit composé de *photons* ayant une énergie de quelques keV. D'autres mesures ont montré : 1° que ce rayonnement est composé d'électrons mous, et 2° qu'il est lié à la forte absorption des neutrons thermiques par le Cd.

Un rayonnement très absorbable est aussi émis par l'Au ($0^{mm},01$).

Nous pensons que les rayonnements très absorbables observés composés d'électrons, sont émis par conversion interne au cours des différentes transitions qui portent dans son état fondamental le noyau ayant capturé le neutron : les transitions de faible énergie, dans le spectre du rayonnement de capture (ordre de 100 kV), sont donc présentes, ainsi que la théorie le prévoit.

D'autre part il y a plusieurs raisons ([3]) de penser que les transitions radiatives très converties ne constituent pas un phénomène exceptionnel, et nous croyons voir dans les résultats exposés ci-dessus une confirmation de ces idées.

Signalons en passant une conséquence pratique de ces mesures : un compteur en Cd mince ou, ce qui revient au même, un morceau de Cd d'épaisseur convenable en présence d'un compteur à paroi mince (5^{μ} d'Al) constitue un détecteur de neutrons thermiques extrêmement sensible.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur la mesure des rayonnements γ de grandes fréquences par la méthode des paires de matérialisation.* Note ([1]) de M. **Claude Magnan**, présentée par M. Maurice de Broglie.

J'avais étudié ([2]) l'apparition de paires de matérialisation du rayonnement γ émis par le chlore lors de son bombardement par des particules α. Les éléments correspondants des paires se présentaient sous forme de pics de même énergie et d'une grande étroitesse. Ceci était en contradiction avec la théorie de Bethe et Heitler ([3]) sur les paires.

([3]) B. Pontecorvo, *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 230.

([1]) Séance du 24 octobre 1938.
([2]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1147.
([3]) *Proc. R. Soc.*, 146, 1934, p. 83.

Pour m'assurer si ce résultat n'était pas dû à la forme géométrique du spectrographe à focalisation magnétique employé, j'en fis varier la fente de collimation en l'agrandissant dans les limites d'une bonne résolution. J'ai alors étudié le rayonnement γ émis par le radiothorium. Je me suis astreint à chercher les paires de matérialisation de la raie γ, $h\nu = 2,62$ MeV (valeur donnée par Ellis), qui apparaît dans la transformation ThC″ → ThD. L'exploration des spectres d'énergies des électrons et positons me donna les deux courbes de la figure 1.

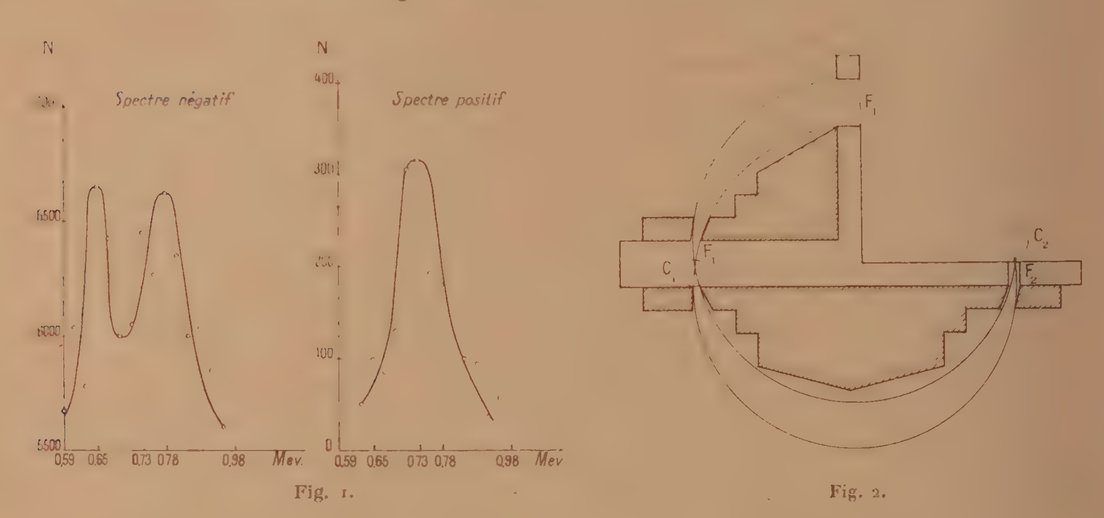


Fig. 1.

Fig. 2.

Dans le spectre des positons j'ai trouvé un pic dont l'énergie est 0,734 MeV et dans le spectre des électrons un pic dont l'énergie est 0,78 MeV. La demi-valeur de l'énergie totale des paires qui proviendraient de $h\nu = 2,62$ MeV serait 0,8 MeV. On voit que l'élément négatif s'en éloigne peu et la différence entre les énergies des éléments positifs et négatifs serait de 0,046 MeV. Je suis certain que ces deux pics représentent la répartition d'énergie dans le spectre des éléments positifs et négatifs des paires créées par la raie γ de 2,62 MeV. J'obtiens alors une valeur expérimentale de $h\nu = 2,53$ MeV avec une erreur relative de 4 pour 100 par rapport à la valeur connue. Ces courbes constituent la moyenne de dix courbes semblables. Le pic, qui accompagne celui d'énergie 0,78 MeV du spectre des électrons, représente la répartition d'énergie des électrons de recul de la raie 0,726 MeV (valeur donnée par Ellis), qui apparaît dans la transformation ThC → ThC′. La valeur expérimentale est 0,730 MeV, en bon accord avec la valeur connue.

Les courbes de la figure 1 ne permettent pas d'établir le rapport entre les intensités des pics de positons et d'électrons, car l'effet direct du rayonnement γ sur le compteur de Geiger est trop grand et les électrons de recul parasites trop nombreux. Pour la même raison, je n'ai pu obtenir les parties de hautes et basses énergies du spectre des électrons.

Si l'on examine le pic des positons, le plus pur, on trouve que la largeur est encore plus petite que la théorie de Bethe et Heitler ne le laisserait prévoir.

Delsasso, Fowler et Lauritsen ([4]), étudiant avec une chambre de Wilson le rayonnement γ de 17,5 MeV de $Li^7(p, \gamma)$, mettent nettement en évidence ce quantum par des paires de matérialisation. La courbe expérimentale, qu'ils obtiennent pour caractériser le nombre d'électrons ayant une fraction donnée de l'énergie totale des paires est en bon accord avec la courbe de la théorie de Bethe et Heitler, qui donne la probabilité de répartition de l'énergie entre les membres d'une paire. Elle est cependant moins large que cette dernière.

Le fait que l'écran de plomb ait $0^{mm},2$ d'épaisseur et que, seuls les électrons ou positons émis par l'écran dans un angle solide de 30° autour de la direction du rayonnement incident, sont étudiés dans le spectrographe, ne permet pas de savoir la raison de l'étroitesse des pics présentés par les spectres.

De toutes façons cette méthode de mesure des rayonnements γ s'avère intéressante.

Désirant dégager l'effet des paires observées du zéro de l'appareil dû à l'action directe du rayonnement sur le compteur de Geiger et des électrons de recul parasites, j'ai réalisé une nouvelle disposition du spectrographe à focalisation magnétique (*fig.* 2).

Les électrons pénétrant dans l'appareil normalement à la fenêtre F_1 passent à travers un compteur de Geiger C_1, puis à travers la fenêtre de sortie F_2 et à travers le compteur C_2. Le compteur C_1 et le compteur C_2 sont montés en *coïncidence*, de façon que, seul, un électron passant par C_1 et C_2 et par les fentes de collimation, peut être compté. De cette façon l'action directe du rayonnement sur chacun des compteurs est supprimée. L'appareil peut fonctionner en remplaçant la fenêtre d'entrée F_1 par la fenêtre F'_1. La traversée du compteur C_1 nécessite une correction. Elle élève de plus la limite inférieure du spectrographe de 0,150 MeV à 0,3 MeV.

([4]) *Phys. Rev.*, 51, 1937, p. 391.

PHYSICOCHIMIE. — *Étude par rayons X du revenu de la solution solide aluminium-magnésium.* Note ([1]) de MM. **Paul Lacombe** et **Georges Chaudron**, présentée par M. Léon Guillet.

Nous avions étudié ([2]) la décomposition de la solution solide aluminium-magnésium en suivant l'effet des revenus à différentes températures par la mesure des potentiels de dissolution et par des essais de corrosion. Nous avons voulu préciser notre étude par l'analyse aux rayons X, en utilisant la méthode dite *des diagrammes en retour.*

Pour augmenter la précision, on superpose au diagramme de l'alliage étudié celui d'une substance étalon (NaCl) ([3]). La microphotométrie des raies 511 ($CuK\alpha^1$) de l'alliage et 320 de l'étalon nous assure une précision supérieure à 0,0003 Å sur la mesure de l'arête du cube élémentaire. Nous avions soin d'employer la même baguette d'alliage, irradiée toujours au même point, afin d'éviter toute erreur due à une hétérogénéité accidentelle de l'échantillon. Nos alliages ont été pourtant homogénéisés avec le plus grand soin par plusieurs recuits de longue durée (24 heures) à 445°, alternés de forgeages à froid. Nous avons préparé ces alliages à partir de métaux de grande pureté (aluminium raffiné et magnésium bisublimé).

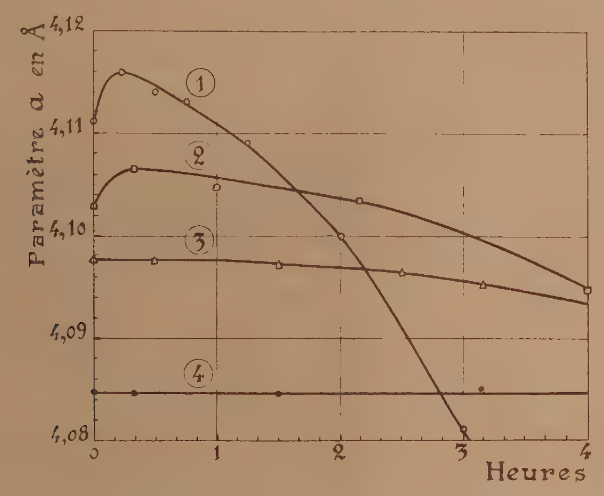
Les courbes ci-contre résument les résultats de ces mesures de paramètre en fonction de la durée de revenu à 200°. Il est important de remarquer que le paramètre des alliages à forte teneur en magnésium (courbe n° 1, 13,5 pour 100 et courbe n° 2, 12 pour 100) passent après un revenu d'une durée de quelques minutes par un maximum très net ($4,111_3$ Å à $4,115_8$ pour le 13,5 et de $4,102_8$ à $4,106_4$ Å pour le 12 pour 100), aucun précipité n'est encore visible au microscope. Ces maxima anormaux se signalent par une très grande finesse des raies; on ne peut donc pas les expliquer par un enrichissement en magnésium de certains individus cristallins au détriment de leurs voisins. Nous avons donc émis l'hypothèse qu'il y avait au début du revenu une migration des atomes de magnésium qui viennent occuper dans le réseau de la solution solide primitive des positions privilégiées. On obtiendrait ainsi un état ordonné précédant la précipitation proprement dite.

([1]) Séance du 2 novembre 1938.

([2]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1790.

([3]) J. Bénard, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 912; R. Faivre et A. Michel, *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 159.

La vitesse de formation de cet arrangement préliminaire augmenterait avec la teneur en magnésium. C'est ainsi que pour les teneurs moyennes (11 et 9 pour 100) (courbes 3 et 4 de la figure 1), le paramètre reste invariable pendant un temps très prolongé (1 heure 30 pour le 11 pour 100 et 30 heures pour le 9 pour 100), bien qu'une précipitation nette soit déjà visible au microscope (7 heures pour le 9 pour 100). Il semblerait donc que la variation de paramètre due à la réorganisation soit compensée par la précipitation. On peut du reste observer de nouveau un maximum dans la



Variation du paramètre de la solution solide aluminium-magnésium en fonction de la teneur en magnésium et de la durée du revenu à 200°.

courbe des paramètres en ajoutant pour ces mêmes teneurs en magnésium une faible addition de zinc, élément qui retarde la précipitation. Notons que ces maxima anormaux ne se retrouvent pas si les revenus sont effectués à des températures supérieures à 280°.

L'arrangement préliminaire mis en évidence par ces maxima de paramètre permettrait d'expliquer le potentiel de dissolution très négatif que nous avions signalé [1] au début du revenu à basse température de ces solutions solides. De même il serait en bon accord avec l'anomalie à 280° que l'on peut constater sur les courbes dilatométriques ou de conductibilité électrique que nous avons faites sur les alliages revenus au-dessous de cette température.

Enfin, si nous examinons au point de vue de la netteté ou du flou des raies nos enregistrements photométriques, nous constatons que l'arrange-

ment intermédiaire au début du revenu correspond à un affinement des raies. Mais, au bout d'un certain temps, on observe la formation d'un flou non symétrique par rapport au maximum d'intensité de la raie : il présente en effet un bord net vers les fortes teneurs en magnésium, ce qui permet de continuer les déterminations de paramètre.

Si le revenu se prolonge, ce flou s'étend de plus en plus pour atteindre, sans jamais la dépasser, une limite correspondant à la teneur de la solution solide en équilibre à la température du revenu. La largeur du flou ne permet plus de caractériser la solution solide par un paramètre unique, mais plutôt par une série de valeurs s'étageant entre les deux limites extrêmes relativement nettes. La valeur plus ou moins grande de cet intervalle donne une mesure de l'hétérogénéité chimique. Le maximum de cette hétérogénéité correspond au maximum de vitesse de dissolution dans les acides que nous avons observés dans notre Note précédente ([1]).

Ce flou dissymétrique ne correspond pas à une augmentation notable des forces de tension interne, car nous vérifions avec des métaux extra purs ce que nous avions déjà constaté avec des alliages industriels ([4]) : la décomposition de la solution solide pure aluminium-magnésium ne s'accompagne pas d'un durcissement structural proprement dit appréciable.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Recherche des halogènes à la touche.* Note de MM. **Clément Duval** et **Gabriel Mazars**, présentée par M. Marcel Delépine.

La présente Note a pour but la recherche et la distinction à la touche, des ions Cl^-, Br^- et I^-. Cette analyse micro-qualitative se fait en quatre opérations.

La première est basée sur le fait que ces trois ions déplacent l'ion Ag^+ du ferrocyanure d'argent; l'ion $[Fe(CN)^6]$ libéré peut alors agir sur l'ion Fe^{++} avec production de complexes fortement colorés en vert émeraude ou en bleu.

Il faut d'abord préparer un papier réactif au ferrocyanure d'argent en plongeant, pendant cinq minutes, une feuille de papier photographique au citrate d'argent dans une solution aqueuse de ferrocyanure de potassium à 10^g par litre. Le papier est alors soigneusement lavé avec l'eau distillée puis avec une solution aqueuse très étendue de nitrate d'argent pour

([4]) P. Lacombe, *Métaux et Corrosion*, 13, 1937, p. 131.

éliminer les dernières traces de ferrocyanure de potassium. Après un dernier lavage à l'eau distillée, la feuille est plongée dans une solution aqueuse de sulfate ferreux à 10 pour 100 et séchée sans rinçage. Elle doit rester parfaitement blanche et se conserve bien en vase clos, à l'abri de la lumière.

Sur un carré de 2^{cm} de côté de ce papier réactif, on dépose la goutte à essayer; si elle contient l'un des ions Cl^-, Br^- ou I^-, une coloration *verte* virant au bleu se développe rapidement. On peut aussi laver le papier à touche; une tache bleue, plus nette encore, persiste à la place de la goutte. On peut la conserver, la projeter à la lanterne etc.

Les fluorures, cyanures, sulfocyanures, ferricyanures ne gênent pas la réaction. Les chlorates, bromates et iodates, qui sont réduits par le sulfate ferreux, donnent la même teinte que les ions simples correspondants. L'ion phosphomolybdique donne du bleu de molybdène avec le sel ferreux, quoique les acides phosphorique et molybdique, pris isolément, n'interfèrent pas. D'autre part les thiosulfates, seuls parmi les dérivés du soufre, donnent une coloration bleue mais ils peuvent être détruits préalablement par une goutte d'acide acétique.

La sensibilité absolue pour le chlore, le brome et l'iode est très grande puisqu'elle atteint 1/10 de gamma. Suivant la marque de papier au citrate, on peut encore descendre plus bas. La réaction se manifeste aussi avec les trois halogènes gazeux, libérés de leurs sels par le permanganate de potassium et réagissant dans l'un des appareils à gaz précédemment décrits par l'un de nous ([1]). Il faut indiquer maintenant comment les trois ions Cl^-, Br^-, I^- peuvent être distingués les uns des autres et distingués des chlorates, bromates, iodates et phosphomolybdates.

Dans un deuxième essai, une goutte de liqueur primitive est déposée sur un papier au citrate d'argent; on laisse sécher la goutte puis, on plonge le papier dans une solution concentrée d'ammoniaque pendant cinq minutes. On expose alors le papier pendant une minute, à 20^{cm} d'une lampe électrique fournissant 100 bougies. Après lavage à l'eau distillée, on procède au développement, en pleine lumière, avec le révélateur génol-hydroquinone. Dans ces conditions, les bromures et les iodures seuls donnent une *tache noire sur fond chamois* dont la sensibilité absolue est 0,5 gamma.

Le troisième essai consiste à déposer la goutte étudiée sur un papier au

---

([1]) CLÉMENT DUVAL, *Revue scientifique*, 76, 1938, p. 281.

citrate d'argent, à l'éclairer comme il est dit plus haut pendant 20 à 30 secondes et à développer dans une solution aqueuse concentrée de sulfate ferreux puis à tremper le papier dans une solution normale d'ammoniaque. Les chlorures et les bromures seuls fournissent une *tache noire* dont la sensibilité absolue est encore $0^{\gamma},5$.

Dans le quatrième essai, on peut disposer tout simplement la goutte sur un papier au bromure d'argent, éclairer pendant 20 secondes et développer avec le mélange génol-hydroquinone. Les bromures ne donnent évidemment rien tandis que les chlorures et les iodures fournissent une *tache blanche* parfois *grisâtre*.

Nous n'avons retenu que les opérations les plus sensibles et les plus rapides parmi les dizaines de combinaisons que nous avons envisagées et nous sommes maintenant en mesure de fournir un tableau systématique d'analyse des trois ions Cl^-, Br^- et I^- :

Essai.	Cl.	Br.	I.
1....................	+	+	+
2....................	—	+	+
3....................	+	+	—
4....................	+	—	+

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le magnésien du bromopentaméthylbenzène.* Note [1] de M. **Henri Clément**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons étudié [2] l'action de diverses fonctions sur le bromure de pentaméthylphénylmagnésium $(CH^3)^5C^6MgBr$. Nous communiquons aujourd'hui quelques résultats complémentaires.

1. *Action de* $CH^3—CHO$. — L'aldéhyde éthylique agit facilement sur le magnésien étudié, préparé lui-même par la méthode d'entraînement de Grignard [3]. La réaction s'arrête après l'addition de 60 pour 100 de la quantité théorique d'aldéhyde, car la formation du magnésien est accompagnée de celle de l'éthylpentaméthylbenzène [4]. L'entraîneur employé était le bromure d'éthyle.

Après traitement habituel du complexe magnésien, une longue et très

---

(1) Séance du 2 novembre 1938.

(2) H. Clément et J. Savard, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1742.

(3) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 625.

(4) *Bullètin Société Chimique de France*, **5**, 1938, p. 1031.

délicate séparation des produits formés, par cristallisations et distillations fractionnées répétées, permet d'isoler, à côté du carbure mixte, un peu de *pentaméthylphényl-méthyl-carbinol* $(CH^3)^5C^6-CHOH-CH^3$.

C'est un corps blanc, bien cristallisé, peu soluble dans l'alcool froid, fondant à 141°. *Analyse* $C^{13}H^{20}O$. Calculé pour 100, C 81,25; H 10,42; trouvé pour 100, C 81,17; H 10,48. Masse moléculaire par cryoscopie, calculée 192, trouvée 193.

Le rendement en carbinol pur, calculé à partir du bromopentaméthylbenzène primitif, est de 5 pour 100.

On a préparé l'acétate de cet alcool; il est peu soluble dans l'alcool bouillant et fond à 157°.

2. *Action de* $H-CHO$. — Le carbinol attendu, l'alcool pentaméthylbenzylique, ayant pour masse moléculaire 178, on a employé comme entraîneur le bromure de méthyle, afin d'éviter la formation de l'éthylpentaméthylbenzène dont la masse moléculaire est 176. L'hexaméthylbenzène se sépare facilement soit par distillation, soit par cristallisation dans l'alcool.

La vapeur d'aldéhyde formique, obtenue par chauffage au bain de sable du trioxyméthylène, est envoyée dans la solution magnésienne préparée comme précédemment. On traite ensuite le complexe magnésien par l'acide sulfurique très étendu afin de décomposer le trioxyméthylène reformé.

Après extraction à l'éther, on chasse celui-ci et reprend à l'alcool. On sépare par cristallisation fractionnée dans l'alcool, en sus des produits de récupération (hexaméthylbenzène, pentaméthylbenzène et bromopentaméthylbenzène), un peu d'alcool *pentaméthylbenzylique* bien cristallisé et fondant à 136°-137°.

Analyse. $C^{12}H^{18}O$, trouvé pour 100, C 80,77; H 10,30; calculé pour 100, C 80,90; H 10,11. Masse moléculaire par cryoscopie, calculée 178, trouvée 177.

A titre de contrôle, on a oxydé ce carbinol par le permanganate et obtenu l'acide pentaméthylbenzoïque.

L'acétylation ne permet pas d'isoler un ester défini (déshydratation partielle).

3. *Action de* $C^6H^5-COOC^2H^5$. — Le benzoate d'éthyle additionné de cinq fois son volume d'éther est lentement versé dans la solution magnésienne préparée à partir de 2/10 de molécule-gramme de bromure d'éthyle et d'une quantité équivalente de bromopentaméthylbenzène (⁵). La réac-

---

(⁵) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 425.

tion, très énergique, s'arrête quand on a ajouté 85 pour 100 de la quantité théorique, quantité calculée en supposant que la deuxième phase habituelle n'ait pas lieu.

Après traitement normal, on obtient par cristallisation dans l'alcool :

a. l'éthyl-pentaméthylbenzène et le bromopentaméthylbenzène n'ayant pas réagi;

b. puis, par distillation fractionnée sous vide des résidus alcooliques, du pentaméthylbenzène et de la *pentaméthylbenzophénone* cristallisée en aiguilles prismatiques fondant à 125°.

Analyse. $C^{18}H^{20}O$, trouvé pour 100, C 85,64; H 8,01; calculé pour 100, C 85,72; H 7,93. Masse moléculaire par cryoscopie, calculée 252, trouvée 250.

La réaction est analogue à celle du chlorure de benzoyle, qui se borne également à la première phase :

$$R—MgBr + C^6H^5—COOC^2H^5 = C^6H^5—CR(OC^2H^5)OMgBr$$
$$\xrightarrow{H^2O} C^6H^5—CO—R + C^2H^5OH + MgBrOH.$$

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la structure complexe de la basse stratosphère*. Note ([1]) de MM. **V. Mironovitch** et **A. Viaut**, présentée par M. Robert Bourgeois.

Les radiosondages quotidiens de Saint-Cyr et du *Carimaré*, navire de l'O. N. M., nous ont permis de vérifier quelques hypothèses concernant la structure de la *tropopause*, basées sur *les phénomènes advectifs*.

A. *Invasions d'air polaire*. — La figure 1 schématise le cas où une masse d'air polaire, originaire du 50e parallèle, atteint le 35e parallèle en conservant sa stratosphère plus basse et plus chaude que celle correspondant à la latitude du 35e parallèle. Les surfaces de discontinuité prennent les formes CC″ et CC′, et si deux sondages étaient effectués aux points A et S (*fig* 1), ils donneraient les résultats représentés sur la partie droite de la figure 1.

En *b* ou *q* nous entrons dans la stratosphère polaire; de *c* à *d* ou de *u* à *v*, légère chute de température due à la détente par ascension forcée de la stratosphère polaire; de *r* à *t* chute considérable de température, corres-

---

([1]) Séance du 2 novembre 1938.

pondant à la partie supérieure de la troposphère tropicale; en *t* entrée dans la stratosphère tropicale; à partir de *d* ou de ν, retour vers la température initiale de la stratosphère polaire, car il peut y avoir mélange à très haute altitude entre la stratosphère polaire et la stratosphère tropicale.

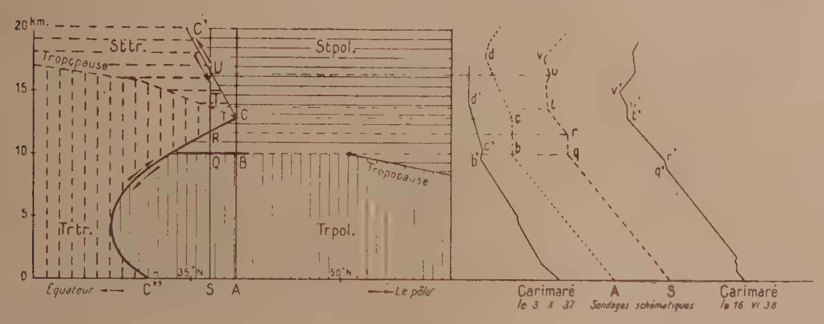


Fig. 1.

Schéma d'une invasion polaire troposphérique et stratosphérique.

cc'c'', surface limite entre l'air polaire et l'air tropical; Trpol, Troposphère polaire; Trtr, tropopause tropicale; Stpol, stratosphère polaire: Sttr, stratosphère tropicale.

Les directions du mouvement des particules d'air par rapport à un système de référence lié à la masse Pm sont représentées par des flèches.

Comparaison des sondages de température schématiques sur les verticales A et S anx radiosondâges réels du *Carimaré* postérieurs à une invasion polaire.

Les points marquants sont désignés par les mêmes lettres.

On a représenté en même temps, sur la figure 1, deux sondages *réels* du *Carimaré*, *postérieurs* à une invasion polaire. On ne peut pas, bien entendu, trouver une ressemblance parfaite entre les courbes réelles et les courbes théoriques qui sont forcément très simplifiées. Mais la *succession* des points singuliers dans les deux séries de courbes est la même; l'isothermie est pourtant fréquemment remplacée par une croissance de température vers le haut.

B. *Invasions d'air tropical.* — Considérons maintenant le cas (schéma de la figure 2) dans lequel l'air tropical originaire du 40° parallèle envahit les régions situées au nord du 50e parallèle. Il trouvera à cette latitude une troposphère plus froide et une stratosphère plus chaude. Les surfaces de discontinuité prendront la forme KEF; si l'on imagine suivant les verticales D, D_2 et D_1, trois sondages D, D_2 et D_1, comme nous l'avons fait dans le cas des invasions polaires, on constate qu'au point O du sondage D_2, l'inversion sera très prononcée, car l'on passe immédiatement de la tropo-

sphère tropicale froide à la stratosphère polaire relativement chaude (voir la partie droite de la figure 2).

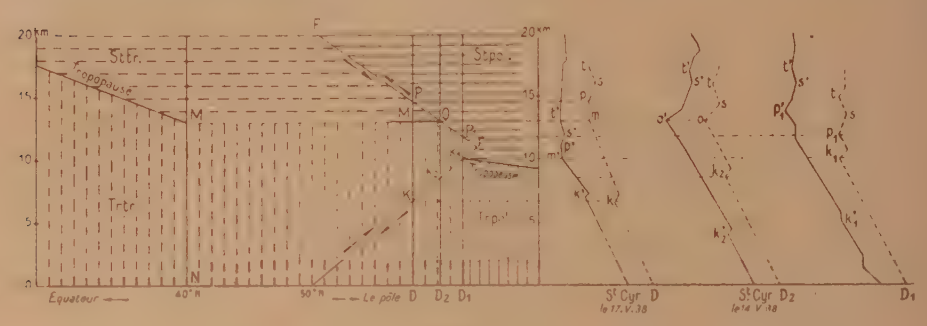


Fig. 2.

Schéma d'une invasion tropicale troposphérique et stratosphérique.
KEF, surface limite entre l'air tropical et l'air polaire; Sttr, stratosphère; Stpol, stratosphère polaire; Trtr, troposphère tropicale; Trpol, troposphère polaire.

Sondages de température schématiques sur les verticales D_1, D_2 et D en comparaison avec les radiosondages de St-Cyr postérieurs à une invasion tropicale.
Les points marquants sont désignés par les mêmes lettres.

Pour permettre la comparaison avec des conditions *réelles*, nous avons choisi trois radiosondages de Saint-Cyr *postérieurs* à une invasion tropicale.

Tout comme dans le cas précédent, la ressemblance entre les courbes théoriques et les courbes réelles est satisfaisante.

En faisant varier les pentes des surfaces de discontinuité principales et les lieux de sondages, on peut obtenir une grande diversité d'aspects théoriques de la tropopause. Un seul trait restera cependant caractéristique pour toutes ces variétés : une inversion (de premier ou de deuxième ordre) aux environs de 10^{km}, suivie d'une autre au-dessus de la première (presque toujours de deuxième ordre) avec faible abaissement de température (détente) entre les deux.

Nous avons appelé ce phénomène *dédoublement de la tropopause*.

Cette étude, ainsi que notre expérience, basée sur l'analyse quotidienne des radiosondages, permettent de dire que l'évolution à grande échelle des masses d'air troposphériques modifie toujours l'aspect de la tropopause; cette évolution est donc accompagnée de changements profonds dans la structure de la basse stratosphère.

Mais, bien qu'on ne puisse encore dire quel phénomène (troposphérique ou stratosphérique) est *primaire*, ce qui est certain, c'est que le dédouble-

ment de la tropopause qui en résulte est *le plus souvent le signe d'une modification importante du champ stable, d'un changement du type de temps en cours.*

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Présence de glycérol libre et combiné dans le suc aqueux de l'olive mûre.* Note de M. **Henri Marcelet**, présentée par M. Richard Fosse.

L'expression des olives, après le broyage, fait couler, en même temps que l'huile, un liquide aqueux plus ou moins abondant suivant les récoltes. Ce suc, fortement coloré en brun rouge, fermente très rapidement dès son extraction, grâce aux nombreuses levures qu'il renferme. Il réduit fortement la liqueur de Felhing.

Densité à 15°	1032
Extrait sec à 100°	62^g,62 ‰
Cendres	13^g,80
Acidité exprimée en acide acétique	6^g,00
Sucre réducteur exprimé en glucose	16^g,42

L'hydrolyse ne change pas le pouvoir réducteur.

L'addition de sous-acétate de plomb le défèque facilement; l'excès de réactif ayant été éliminé, j'ai concentré dans le vide sans dépasser 60°. Le résidu a l'aspect d'un sirop clair, légèrement ambré, se prenant, par refroidissement, en une masse cornée : 8 litres de suc ont donné 329^g d'extrait.

Ce produit renferme un mélange de matières réductrices (hexoses) parmi lesquelles j'ai pu caractériser qualitativement, dans les fractions séparées par des épuisements successifs avec de l'alcool à différents titres, les sucres suivants : glucose, fructose, mannose, galactose. Je n'ai pu les séparer quantitativement, cependant le glucose paraît exister en quantité énorme par rapport aux autres sucres. Pourait-on tirer de là une explication du taux des divers acides gras de l'huile ?

J'ai alors recherché la présence du glycérol libre et combiné : 1° directement sur une solution de l'extrait; 2° sur le résidu laissé par l'évaporation de l'éther acétique ayant épuisé à chaud l'extrait; 3° sur le résidu du même traitement mais après addition de chaux.

J'ai effectué sur tous ces produits les réactions d'identification et notamment celles de Denigès : toutes ont été nettement positives.

Afin d'éliminer les causes d'erreurs pouvant provenir de la teneur et de la complexité du mélange des sucres, j'ai effectué parallèlement les essais avec des mélanges des mêmes sucres purs additionnés ou non d'une trace de glycérol. Les modifications des réactions apportées par la présence d'un excès de sucres par rapport à la trace de glycérol ajouté n'ont pas modifié l'exactitude des résultats. La présence de glycérol libre et combiné a été constatée dans l'extrait de suc d'olive.

J'ai refait les essais sur le suc lui-même et j'ai encore constaté la présence de glycérol.

Un dosage pondéral a été effectué : j'ai pesé les résidus d'évaporation de l'éther acétique ayant épuisé l'extrait d'un litre de suc d'olive, puis j'ai recommencé l'opération après addition de chaux j'ai trouvé

Glycérol libre..........	$0^g,19$ par litre de suc
» combiné	$0^g,47$ »

Ces petites quantités de produit m'ont permis d'identifier nettement le glycérol par les réactions spécifiques et par le dégagement d'acroléine par la chaleur.

Je n'ai pas pu isoler le glycéride soluble dans l'eau, dont le glycérol est mis en liberté par la chaux.

La présence dans l'olive mûre de glycérol libre n'est pas plus étonnante que celle d'un glycéride fort probablement à base d'un sucre et analogue au floridoside trouvé dans certaines algues.

L'olive constitue en effet un merveilleux laboratoire où, sous l'influence de ferments certainement très puissants, les sucres apportés par la sève ou élaborés par le fruit lui-même se transforment, suivant un processus mal connu, en glycérides d'acides gras qui constituent l'huile d'olive.

Le fait de constater la présence dans l'olive de termes intermédiaires de cette transformation [dont l'aldoléol, déjà signalé (1)], tenus en réserve ou accidentellement inutilisés, apporte des éléments nouveaux à la connaissance de l'élaboration de l'huile d'olive.

---

(1) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 529.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Boragacées. Développement de l'embryon chez l'*Echium vulgare *L.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Les premiers cloisonnements, chez l'*Echium vulgare*, offrent peu de fixité. A un tétrade linéaire (*fig.* 2) succèdent trois types de proembryons

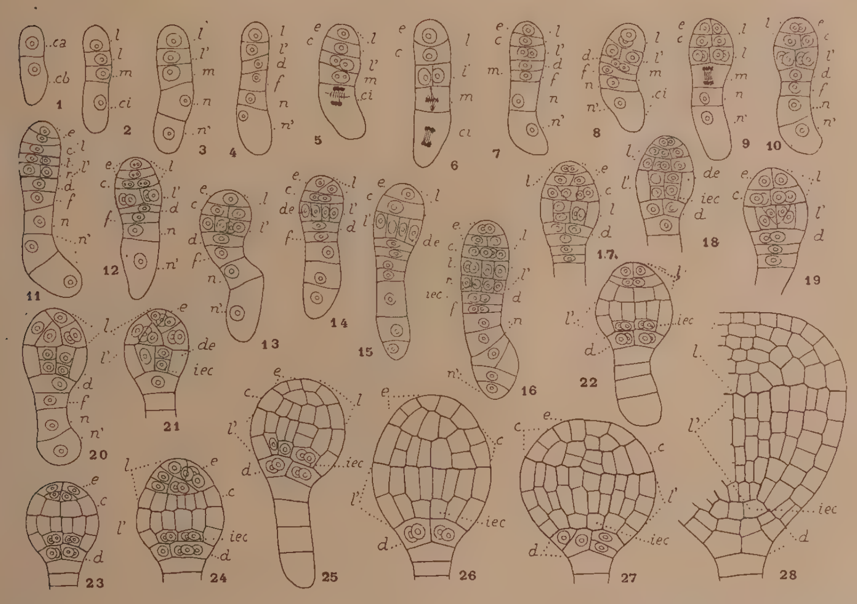


Fig. 1 à 28. — *Echium vulgare* L. Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *l* et *l'*, cellules filles de *ca* ou groupes cellulaires qui en dérivent; *m* et *ci*, cellules filles de *cb*; *d* et *f*, cellules filles de *m*; *n* et *n'* cellules filles de *ci*; *e*, cellule fille supérieure de *l* ou épiphyse; *c*, cellule fille inférieure de *l* ou assise génératrice des cotylédons; *t* et *r*, cellules filles superposées de *l'* ou assises qui en sont issues; *de*, dermatogène; *iec*, initiales de l'écorce de la racine. En 8, la cloison séparant les deux noyaux du sommet est oblique sur le plan de la figure. Les figures 20 et 21 représentent les deux coupes voisines d'un même proembryon. G. = 300.

octocellulaires : l'un présente, dans la moitié supérieure, deux cellules superposées, *e* et *c*, au-dessus de deux cellules juxtaposées (*fig.* 7); dans le deuxième, les deux cellules terminales sont séparées par une cloison oblique (*fig.* 8); dans le troisième, les quatre éléments du sommet sont superposés.

La majorité des formes rencontrées se rapporte au premier type. Dans ce cas, la cellule supérieure, *e*, se segmente soit transversalement (*fig.* 12, 17, 18, 22), soit obliquement (*fig.* 14, 24), soit verticalement (*fig.* 19, 23). Quel que soit le mode de cloisonnement, les éléments issus de *e* forment, au pôle supérieur, un massif cellulaire qui se comporte comme une épiphyse et engendre le rudiment de la tige épicotylée. La cellule *c* donne quatre cellules circumaxiales (*fig.* 12 à 14, 17 à 19), puis une couche cellulaire aux dépens de laquelle se différencient latéralement les cotylédons. Les deux éléments juxtaposés dérivés de *l'* (*fig.* 7) donnent de même quatre cellules circumaxiales (*fig.* 9, 10, 12, 13) dans lesquelles des cloisons périclines séparent extérieurement le dermatogène, *de*, et intérieurement quatre nouveaux éléments groupés autour de l'axe (*fig.* 14, 15). Ceux-ci, par divisions transversales (*fig.* 17, 18) ou obliques (*fig.* 19), donnent naissance aux initiales de l'écorce de la racine et aux cellules mères du périblème et du plérome, selon des processus déjà décrits au sujet des *Nicotiana* et des *Hyoscyamus* [1].

Dans le deuxième type de proembryon octocellulaire, les éléments issus de *l'* se comportent comme dans les formes dérivées du premier (*fig.* 20, 21). Les deux éléments supérieurs originaires de *l* donnent quatre cellules en tétraèdre, l'une occupant le sommet constitue l'épiphyse, les trois autres engendrent l'assise génératrice des cotylédons (*fig.* 20 et 21). Les destinées et le mode de division de la cellule *l* sont comparables à ceux du même élément chez le *Myosotis hispida* [2].

C'est à un proembryon du troisième type, comportant huit étages monocellulaires, que doivent être rapportées les formes dessinées en 11 et 16. Dans ce cas, les deux cellules supérieures, *e* et *c*, issues de *l*, se comportent comme dans les formes 12, 17, 18, 22 dérivées du premier type. Les deux éléments superposés produits par *l'* donnent quatre cellules circumaxiales, puis deux assises cellulaires, *t* et *r*, génératrices, l'une de la tige hypocotylée, l'autre de la racine. Les quatre cellules intérieures de l'assise inférieure représentent les initiales de l'écorce de la racine (*fig.* 16). Chez les trois types octocellulaires, la cellule *d*, ou sa cellule fille supérieure, produit la portion médiane de la coiffe, et les cellules *f*, *n* et *n'* un court suspenseur.

En somme l'embryon de l'*Echium vulgare* se rapproche de celui des Solanacées par la tétrade, les formes octocellulaires, les destinées des éléments *l*, *l'*, *d* et par le mode de séparation des initiales de l'écorce de la racine. Il se rapproche aussi de celui du *Myosotis hispida* par la tétrade et les processus de division de l'élément *l* dans les formes appartenant au deuxième type octocellulaire.

---

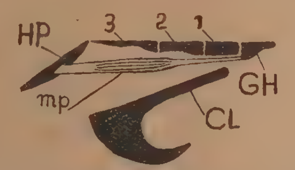
(1) R. Souèges, *Comptes rendus*, 170, 1920, p. 1125 et p. 1279; *Bull. Soc. bot. Fr.*, 69, 1922, p. 163 et p. 236.

(2) R. Souèges, *Comptes rendus*, 173, 1921, p. 726 et p. 848; *Bull. Soc. bot. Fr.*, 70, 1923, p. 385.

ZOOLOGIE. — *Rectification sur un point spécial concernant la morphologie de la musculature hypopharyngienne des Achiridés.* Note de M. **Paul Chabanaud**, présentée par M. Maurice Caullery.

Ma dernière Note, relative au muscle protracteur des hypopharyngiens chez les Téléostéens dissymétriques ([1]), recèle une erreur dont la rectification s'impose.

Dans la famille des *Achiridæ*, le muscle en question ne s'insère pas sur le premier basibranchial, ainsi qu'il a été dit dans la Note en question et montré par le schéma qui fait l'objet de la figure 3, mais bien sur le glossohyal, dont l'extrémité postérieure est saillante au-dessous du niveau de la chaîne des basibranchiaux (figure ci-dessous) Rostralement, le muscle



CL, clidoste; GH, glossohyal; HP, hypopharyngien; mp, muscle protracteur de l'hypopharyngien; 1, 2, 3, basibranchiaux. (La figure est schématique.)

protracteur se continue par un long tendon, qui va s'amenuisant de l'arrière vers l'avant. Ce tendon est logé entre la membrane conjonctive qui délimite l'espace réservé aux artères afférentes et celle qui, revêtue de l'épithélium de la chambre branchiale, constitue, au-dessus du clidoste, le septum interbranchial.

A vrai dire, l'insertion du tendon sur le glossohyal ne semble pas directe. A proximité de cet os, ce tendon devient difficile à suivre par dissection simple, parce qu'il se confond avec les ligaments qui relient l'extrémité antérieure de l'arc hyoïde (glossohyal et, pour chaque branche, complexe apohyal-hypohyal) au premier basibranchial. Il n'en demeure pas moins évident que, du point de vue mécanique, l'effort de traction prend appui sur le glossohyal. Quoi qu'il en soit, le *protractor hypopharyngealis ossis* des *Achiridæ* apparaît sans rapport avec les arcs branchiaux.

En conséquence, le groupe pharyngo-basibranchien n'existe pas et les types morphologiques se répartissent de la façon suivante :

([1]) *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 545.

A. Groupe pharyngo-branchien : Tous les *Pleuronectiformes* de Regan; c'est-à-dire les *Scophthalmidæ*, les *Samaridæ*, les *Brachypleuridæ*, les *Pleuronectidæ* et les *Rhombosoleidæ*.

B. Groupe pharyngo-hyoïdien, lequel se subdivise en deux sous-groupes; savoir :

a. Sous-groupe pharyngo-glossien. *Achiridæ*.

b. Sous-groupe pharyngo-clidien. *Soleidæ*, *Cynoglossidæ*, *Psettodidæ* et, avec eux, tous les Percoïdes typiques (*Perca*, *Epinephelus*, etc.).

Contrairement à mes conclusions précédentes, la famille des *Achiridæ* fait preuve d'affinités morphologiques plus étroites envers les autres *Soleiformes* (*Soleidæ* et *Cynoglossidæ*) qu'envers les *Pleuronectiformes*. Dans la série des Téléostéens dissymétriques, cette famille n'en occupe pas moins une situation particulière, qui la rapproche de ceux-ci.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur une nouvelle méthode de séparation quantitative des composés alcooliques*. Note de MM. **Georges Sandulesco** et **André Girard**, présentée par M. Richard Fosse.

Parmi les nombreuses méthodes préconisées pour la séparation des composés alcooliques, d'un milieu complexe, seul le procédé de Haller [1] aux monoesters phtaliques ou succiniques présente un certain degré de généralité. Cependant, avec les termes élevés voisins ou supérieurs à C^{20}, les difficultés opératoires deviennent très grandes et les séparations incomplètes.

Les propriétés remarquables des combinaisons ammoniums quaternaires que nous avons appliquées à l'extraction des composés carbonylés [2] nous ont incité à chercher une technique analogue applicable aux alcools, en engageant ceux-ci sous forme d'esters bétaïniques.

Pour des raisons d'ordre pratique, nous avons donné la préférence à la préparation préalable des esters chloracétiques par action d'un excès d'anhydride chloracétique sur l'alcool, suivie de la combinaison des chloroesters formés avec une base tertiaire en milieu indifférent, *non hydroxylé*, et en vase clos.

Les esters des alcools primaires et secondaires s'obtiennent avec la plus

(1) *Comptes rendus*, **122**, 1896, p. 865.

(2) *Helvetica Chimica Acta*, **19**, 1936, p. 1095.

grande facilité par l'anhydride chloracétique à la température du bain-marie; ceux des alcools tertiaires, corps fragiles, exigent d'après Boulez [3] la dilution dans un milieu indifférent (carbure ou éther-oxyde). Il s'ensuit que la combinaison des composés alcooliques contenus dans un mélange de nature inconnue doit s'effectuer toujours dans un solvant indifférent. La méthode s'applique de même aux phénols à solubilité très faible dans les alcalis, comme c'est le cas des orthoxy-cétones.

Les esters ammoniums ainsi obtenus se dissolvent aisément dans l'eau et leur solution aqueuse peut être soumise à plusieurs extractions aux solvants, sans qu'il en résulte un partage pour la combinaison hydrosoluble. Au cours des extractions, certains dérivés ammoniums, notamment ceux des stérols, ont une tendance à émulsionner le milieu. On évite cet inconvénient par addition de 10 à 20 pour 100 d'acide acétique ou lactique à la phase aqueuse.

La grande sensibilité des esters α aminés aux alcalis, signalée comme propriété générale par E. Fischer, est précieuse pour le cas qui nous occupe. Elle permet, en effet, la régénération des alcools engagés dans la combinaison hydrosoluble, par simple addition d'un excès de potasse à la solution aqueuse maintenue à la température ordinaire.

La méthode est utilisable aussi dans le cas particulier des phénols-alcools, comme on en rencontre dans le groupe des hormones œstrogènes. A cet effet il suffit de bloquer d'abord la fonction phénol sous forme de benzoate par la technique de Schotten-Baumann, pour séparer ensuite à l'état d'ester-ammonium, cette catégorie de composés de la multitude de phénols simples que renferme un extrait d'urine. Ce dernier procédé a reçu une application importante, en permettant d'isoler l'œstradiol et l'œstriol à partir des fractions non cétoniques des extraits d'urine de jument gravide.

Enfin son grand pouvoir d'extraction nous a permis d'isoler les constituants alcooliques contenus en très faible proportion dans les produits naturels. Ainsi, le cholestérol, à la dilution de 1^g par litre d'huile d'olive, est extrait quantitativement par cette méthode. Toutefois, le produit est accompagné d'impuretés complexes à caractère alcoolique.

Mode opératoire. — Nous effectuons la chloracétylation par chauffage à l'abri de l'humidité pendant 3 à 4 heures au bain-marie bouillant avec une quantité d'anhydride chloracétique variable (suivant l'indice d'acétyle) mais ne descendant pas au-dessous

---

[3] *Bull. Soc. Chim. France*, 4e série, 1, 1907, p. 147.

de 10 pour 100 en poids de la substance mise en œuvre; celle-ci étant dissoute dans son poids de dioxane pur.

Afin d'éliminer l'excès d'anhydride chloracétique et l'acide chloracétique formé, on dissout le mélange réactionnel dans l'éther et on lave la solution éthérée d'abord avec son volume d'eau, puis deux ou trois fois avec une solution de bicarbonate de soude.

Le produit chloracétylé brut, obtenu après distillation de l'éther, est redissous dans son poids de dioxane et introduit dans un récipient à parois épaisses. Le contenu du flacon est additionné ensuite d'un excès de 10 à 20 pour 100 de triéthylamine pure (ou de triméthylamine anhydre en solution dioxanique) par rapport à la quantité calculée suivant la teneur en hydroxyle de la substance primitive. Le flacon hermétiquement bouché est immergé dans un bain-marie et chauffé à 100° pendant 1 à 2 heures. Ce traitement transforme assez souvent la solution dioxanique en gelée par suite de l'insolubilité des chlorures d'ammoniums quaternaires.

Le flacon est refroidi lentement, puis son contenu est repris successivement avec de l'éther et de l'eau renfermant 10 à 20 pour 100 de son volume d'acide acétique. Toutes les solutions rassemblées dans une ampoule à décanter donnent deux phases distinctes, sans émulsion. On décante la phase aqueuse et l'on épuise de nouveau la solution éthérée avec un peu d'acide acétique dilué. Les solutions acides réunies, puis extraites une fois à l'éther, contiennent tous les composés alcooliques à l'état de chlorures d'esters ammoniums.

Pour régénérer les alcools, on traite la phase aqueuse additionnée d'un certain volume d'éther par une lessive de soude jusqu'à réaction alcaline persistante à la phtaléine. Il y a échauffement notable et les alcools mis en liberté sont extraits instantanément par l'éther. Une ébullition de la solution alcaline est superflue.

Il est aisé de concevoir que ce mode opératoire peut être largement modifié suivant les cas.

Bien que plusieurs alcools tertiaires se soient comportés normalement dans ce traitement, des réserves doivent être faites en ce qui concerne les substances de ce groupe très sensibles aux agents de déshydratation.

Enfin les esters méthyliques des acides-alcools ne subissant pas sensiblement de saponification au cours des traitements peuvent être séparés aisément. Ainsi dans un mélange synthétique de ricinoléate et d'oléate de méthyle l'un et l'autre peuvent être séparés quantitativement, et il semble possible d'entrevoir une application importante de la méthode dans l'analyse immédiate des corps gras.

A 15h35m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Anatomie et Zoologie, par l'organe de son doyen, M. **L. Bouvier**, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par la mort de M. *F. Mesnil* :

En première ligne.........	M. **Paul Wintrebert**.
En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*...	MM. **Raoul Anthony**, **Christian Champy**, **Édouard Chatton**, **Louis Fage**, **Étienne Rabaud**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à $16^h 30^m$.

A. Lx.

ERRATA.

—

(Séance du 8 juin 1938.)

Note de MM. *Pierre Auger*, *Roland Maze* et M[me] *Thérèse Grivet-Meyer*, Grandes gerbes cosmiques atmosphériques contenant des corpuscules ultrapénétrants :

Page 1721, ligne 16, *au lieu de* Raymond Maze, *lire* Roland Maze.

(Séance du 26 septembre 1938.)

Note de M. *Jean Bricard*, Couronnes et Anticouronnes dans les brouillards naturels au sommet du Puy de Dôme :

Page 540, ligne 17, *au lieu de* Ce fait en accord, *lire* Ce fait en désaccord.

(Séance du 3 octobre 1938.)

Note de MM. *Maurice-Marie Janot* et *Pierre Gonnard*, Indice de méthoxyle de quelques gommes et en particulier des gommes arabique et adragante :

Page 594, note (²), et page 595, note (³), *au lieu de* Bot. Z., *lire* Biochemische Zeitschrift.

(Séance du 24 octobre 1938.)

Publications de M. *Charles Killian* :

Page 705, ligne 8, *au lieu de* Charles Kilian, *lire* Charles Killian.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances d'octobre 1938.

Dentition de lait de quelques lémuriens subfossiles malgaches, par Ch. Lamberton. Extrait de *Mammalia*, t. II, n° 2, juin 1938. Paris, Laboratoire de zoologie des Mammifères, 1938; 1 fasc. 25^{cm}.

Félix Terrier (1837-1908). Paris, Masson et Cie, 1938; 1 vol. 26^{cm},5.

Étienne Rabaud. Notes et Mémoires, réédités par un groupe d'Élèves et d'Amis à l'occasion de son Jubilé scientifique. Paris, 1938; 1 vol. 26^{cm},5 (présenté par M. M. Molliard).

Los estudios quimicos en la Universidad nacional de La Plata, par Carlos A. Sagastume. La Plata, 1937; 1 fasc. 26^{cm}.

Actualités scientifiques et industrielles, 643. Exposés de géométrie. IX. *Leçons sur la théorie des Spineurs*. I. *Les Spineurs de l'espace à trois dimensions*, par Élie Cartan, d'après des notes recueillies et rédigées par André Mercier. Paris, Hermann et Cie, 1938; 1 vol. 25^{cm}.

Actualités scientifiques et industrielles, 701. Exposés de Géométrie. XI. *Leçons sur la théorie des Spineurs*. II. *Les Spineurs de l'espace à $n > 3$ dimensions. Les Spineurs en géométrie riemannienne*, par Élie Cartan, d'après des notes recueillies et rédigées par André Mercier. Paris, Hermann et Cie, 1938; 1 vol. 25^{cm}.

Carte géologique du Congo belge et du Ruando-Urundi, à l'échelle du 1/500000e. *Légende générale*. Feuilles : *Lusambo* (n° 46) et *Tshikapa* (n° 52). Service cartographique du Ministère des Colonies et à l'Office colonial du Royaume de Belgique, 1938; 3 fasc. 23^{cm}.

Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert Ier de Monaco. Fasc. XCIX. *Recherches bactériologiques poursuivies à bord de la « Princesse-Alice »*, par Paul Portier. Monaco, Imprimerie de Monaco, 1938; 1 vol. 36^{cm}.

Une famille de bons serviteurs de l'Académie des sciences et du Jardin des Plantes, Les Lucas, par Alfred Lacroix. Extrait du *Bulletin du Muséum national d'histoire naturelle*, 2e série, Tome X, n° 5, 1938; 1 fasc. 24^{cm},5.

Les grands courants d'idées en sélection betteravière, par Henri Colin. Extrait du *Bulletin de l'Association des chimistes*, n° 7, 1938; 1 fasc. 24^{cm}.

Tidal Forces in the Sun's Corona due to Planets, par K. G. Meldahl. Copenhagen, Berlingske Forlag, 1938; 1 vol 29^{cm},5 (en langue danoise).

La maladie d'Aujeszky, par Paul Remlinger et Jacques Bailly. Paris, Masson et Cie, 1938; 1 vol. 25^{cm}.

Flore de la Guadeloupe et Dépendances. Tome II. *Catalogue des Phanérogames et Fougères avec contribution à la Flore de la Martinique*. Fasc. 1er, par HENRI et M. STEHLÉ et L. QUENTIN. Basse-Terre, Imprimerie catholique, 1937; 1 vol. 22^cm^,5.

Principes d'agronomie. Tome I, *La dynamique du sol*, par ALBERT DEMOLON. Paris, Dunod, 1938; 1 vol. 25^cm^,5 (présenté par M. E. Schribaux).

Humus, par SELMAN WAKSMAN. Seconde édition. Baltimore, The Williams et Wilkins Company, 1938; 1 vol. 23^cm^,5 (en langue anglaise).

Comité national français et Comité national marocain de géodésie et géophysique. Années 1933-1934-1935-1936. *Compte rendu*, publié par le Secrétaire général du Comité français, GEORGES PERRIER, et assisté du Commandant P. TARDI. Paris, Secrétariat général du Comité français, s. d.; 1 vol. 24^cm^.

Catalogue of Foreign Scientific Serial Publications in the Various Institutions in Japan. Tokyo, The national Research Council, Department of Education, 1938; 1 vol. 26^cm^ (en langues anglaise et japonaise).

Fédération française des Sociétés de sciences naturelles. Office central de faunistique. *Faune de France*, 33. *Tuniciers*. Fasc. 2 : *Appendiculaires et Thaliacés*, par HERVÉ HARANT et PAULETTE VERNIÈRES; — 34. *Hyménoptères vespiformes*, III, par LUCIEN BERLAND et F. BERNARD; — 35. *Diptères Dolichododidae*, par le chanoine O. PARENT. Paris, Paul Lechevalier, 1938; 3 vol. 25^cm^,5 (présenté par M. L. Bouvier).